

III E° 2 (1)

Enthüllte Geheimnisse

oder

neue, aus richtigen Prinzipien mit Rücksicht auf
Erfahrungen abgeleitete Theorie

aller

Gewölbart en.

Von

A. Ritter v. Camerloher,

königlich bayerischem Bauinspektor, jetzt Ingenieur 1^{ter} Klasse.

Mit drei Figuren-Tafeln und sechsunddreissig Tabellen.

Landshut, 1833.

Gedruckt und in Commission bei Joseph Thomann.



71 50

Enthülle Geheimnisse

neue, aus richtigen Principien mit Rücksicht auf
Erfahrungen abgeleitete Theorie

aller

Ge w ö l b a r t e n .

435 778 534

Mit drei Figuren Tafeln und sechs erläuternde Tabellen.

I n d e s s e , 1833.

Verlegt und in Commission bei Joseph Neumann.



Seiner Hochwohlgeborn

d e m

Königlich Bayerischen wirklichen Geheimen - Rath

H e r r n

v o n K l e n z e ,

**Direktor der obersten Baubehörde in Bayern, Hofbau-Intendanten, Ritter
mehrerer Orden, Mitglied der Bayerischen Akademien der Künste und
Wissenschaften etc.**

Erste Abtheilung

von

Königlich-Bayerischen wirklichen Geheimen - Rath

von

von K l e n z e ,

Direktor der oberen Handhöfe in Bayern, Hofbau-Intendant, Ritter
mehrere Orden, Mitglied der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
Vissenschaften etc.

Euer Hochwohlgeborn!

Das Civil-Bau-Departement des Königreichs Bayern verehrt in Hochdensenelben seinen würdigen und hochverdienten Chef; denn welcher der grossen Architekten unserer Zeit hat so viele und grossartige, mit den vollendetsten Gebilden der Malerei und Sculptur prangende Gebäude, an welchen der erloschene Glanz hellenischer Kunst verjüngt uns wiederstrahlt, auf Geheiss eines neuen, mit dem Dichterlorber umkränzten Pericles ausgeführt, als Euer Hochwohlgeborn? Wem verdankt Bayern die Verbreitung eines edlern Baustyles nicht nur in den Städten, sondern auch auf dem Lande durch die Herstellung so vieler Gebäude nach der Vorschrift des Ministerial-Kunstausschusses; wem diese Vorbilder für die künftigen Generationen, als Euer Hochwohlgeborn, dem Schöpfer und Vorstande dieses so wohlthätig wirkenden Kunstausschusses?

Gehorsamstunterzeichneter schätzt sich glücklich, das Gefühl dieser hohen Verehrung öffentlich aussprechen zu können, indem ihm die Dedication dieser Schrift vergönnt ist.

Ihr Verfasser bittet Euer Hochwohlgeborn den Ausdruck dieser aufrichtigen Huldigung gnädig anzunehmen, und im Voraus auf einige Resultate seiner Gewölb-Theorie aufmerksam machen zu dürfen.

Sie betreffen die neue steinerne Brücke zu München, welche unter Hochdero obersten Leitung ausgeführt wurde. Ihre Keilhöhe beträgt

Euer Hochwohlgeboren

3 Fuss, die Breite ihrer Widerlagen 20 und die ihrer Pfeiler 8 Fuss. Meine Theorie gibt die Keilhöhe zu $2\frac{1}{2}$, die Breite der Widerlagen zu $18\frac{2}{3}$ und die der Pfeiler zu 9 Fuss an.

Diese auffallend grosse Uebereinstimmung der Resultate meiner Theorie mit den wirklich angenommenen Dimensionen erfreute mich in dem Grade, als sie die Richtigkeit meiner Theorie zu begründen, und umgekehrt die mit so grosser Umsicht gewählten Dimensionen zu rechtfertigen geeignet ist.

Mit tiefster Ehrfurcht empfiehlt sich

Euer Hochwohlgeboren

untertänigst gehorsamster

v. Camerloher.

V o r w o r t.

Wer, wie der Verfasser dieser Schrift, mit den Untersuchungen von la Hire, Parent, Couplet, Derant, Blondel, Dechalleles, la Rue, Gautier, Belidor, Prony, Rondelet, Perronet, Boistard, Berard, Lambert, Däzl, Apfaltern, Langsdorf, Meerwein, Schulze, Eytelwein, v. Maillard, den beiden Rösling etc. und mit der 1831 erschienenen neuesten Theorie der Gewölbe und Kettenlinien, eine Entdeckung — von einem ungenannten Verfasser — bekannt ist, wird mit mir die Ansicht theilen, dass wir eine gründliche, vollständige und leichtfassliche Theorie der Gewölbe noch nicht besitzen, dass manche Bedenken und Fragen dem umsichtigen Architekten sich darbieten, welche theils noch gar nicht berührt, theils nicht gehörig erörtert sind.

Herrn Oberbaudirektor Eytelweins Theorie der Tonnen- und Kuppelgewölbe in seiner Statik fester Körper ist zwar auf vollkommen richtige Prinzipien (siehe ihre Vertheidigung gegen die Ansicht der Herrn Rösling in dieser Schrift §. 38) gebaut; allein für den in die höhere Analys nicht tief Eingeweihten nicht genug verständlich, und für den Architekten nicht erschöpfend, indem die Kuppelgewölbe nicht vollständig, die Kreuz-, Kappen- oder Kloster-, böhmischen und gothischen

IV

Gewölbe gar nicht abgehandelt, und manche wichtige Fragen mit der Rücksicht der Reibung der Gewölbsteine gänzlich übergangen sind. Das nämliche gilt von Herrn Berards Theorie.

Des Herrn Feldmarschall-Lieutenant v. Maillards Theorie, woran er mehr als 30 Jahre gearbeitet hat, so wie der Herrn Rösling Theorie umfasst zwar die Rücksicht auf die Reibung der Keile, allein nur in einer Gewölbfrage, während die Reibung in allen Fugen nach dem Gesetze der Stetigkeit statt findet.

Des ungenannten Verfassers neue Theorie, eine Entdeckung — behandelt leider den so wichtigen Punkt der Widerlagen- und Pfeilerstärke zu oberflächlich, und lässt die Ausfüllung dieser Lücke noch zu wünschen übrig.

Ob meine, mit und ohne Rücksicht auf Reibung verfasste, zweifache Theorie, in welcher ich öfters in sehr einfachen Formen wichtige Geheimnisse enthülle, und manchen Glaubensartikel bis zu dem Grade mathematischer Evidenz steigere, befriedigender sey, und den allgemeinen Bemühungen, der der Rechte der Wissenschaft im strengsten Sinne noch ermangelnden Baukunde allmählig die wissenschaftliche Emancipation zu erringen, angereicht zu werden verdiene, stelle ich dem Urtheile der Kenner zwar bescheiden, aber nicht ganz hoffnungslos anheim.

Inhaltsverzeichniss.

Von einer einfachern Methode, die Reibung der Steine zu bestimmen, und von ihren wichtigen Einwirkungen auf die Gewölbe	§. 1 bis §. 9
Von den erhaltenden und zerstörenden Kräften eines Tonnengewölbes	§. 10 — §. 13
Vom Horizontaldruck eines gleich dicken Tonnengewölbes	§. 14 — §. 18
Vom Vertikaldruck	§. 19
Vom möglich grössten Horizontaldruck eines Tonnengewölbes	§. 20 — §. 24
Vom Horizontaldruck nach andern Theorien	§. 25 — §. 29
Vom Werthe des Keilwinkels	§. 30
„ „ „ des Reibungswinkels	§. 31
Von der Berechnung der Keile und Stirnmauer	§. 32
Von der nähern Bestimmung des Horizontaldruckes und seines Maximums für horizontal übermauerte und kappenförmige Tonnengewölbe	§. 33
Von den steigenden Keilen im Vergleiche mit gleich hohen hinsichtlich des Horizontaldruckes	§. 34
Von den Momenten der Horizontal- und Vertikalpressungen eines Ton- nengewölbes	§. 35 — §. 37
Von der Prüfung der Methode der Herrn Rösling	§. 38
Von der Breite der Widerlagen eines Tonnengewölbes mit Anwendung auf Beispiele	§. 39 — §. 54
Von der Einwirkung der Lastwägen	§. 55 — §. 56
Von einer andern Methode die Widerlagen zu bestimmen	§. 57 — §. 61
Von der Widerlegung eines Bedenkens	§. 62
Von einer Art, wie ein Gewölbe noch einstürzen könne	§. 63
Von der Hintermauerung der Gewölbe und von ihrem Drucke auf die Lehrbögen nebst Erklärung eines Phönomens	§. 64

VI

Von der Dicke der Brückengewölbe	§. 65 — §. 70
Von der Breite der Pfeiler eines Brückengewölbes	§. 71
Von absolut grösstem Normaldrucke der Tonnengewölbe	§. 72 — §. 77
Von ihrem relativ grössten Normaldrucke	§. 78 — §. 79
Von der grössten Weite der Tonnengewölbe	§. 80
Von Tonnengewölben gleicher Festigkeit	§. 81
Von den Kreuzgewölben und ihren Widerlagen	§. 82 — §. 86
Von den Kappen- oder Kloostergewölben und ihren Widerlagen	§. 87 — §. 89
Von den Kuppelgewölben und ihren Widerlagen	§. 90 — §. 94
Von den böhmischen Gewölben und ihren Widerlagen	§. 95 — §. 97
Von den gothischen Kreuz- und Tonnengewölben	§. 98 — §. 102
Von der Berücksichtigung der Thür- und Fensteröffnungen in den Widerlagen	§. 103
Von den merkwürdigen Analogien in Bezug auf den Horizontaldruck der verschiedenen Gewölbarten	§. 104
Von der Anweisung zur Berechnung der Widerlagenbreite jeder Gewölbart für den ausübenden Architekten	§. 105 — §. 111

Einleitung.

§. 1.

Selbst die polirtesten Flächen der Steine bieten, durch ein Mikroskop angesehen, dem Auge Unebenheiten dar, welche als die Ursachen der Reibung betrachtet werden müssen. Wird die Form dieser Unebenheiten als eine Reihe gegen einander geneigter schiefen Ebenen gleicher Art, wie Fig. I. sie darstellt, angenommen: so ist sie ganz geeignet, alle Erscheinungen des Gleichgewichts fester Körper auf schiefen Ebenen, in der Gestalt der Keile, Schrauben, Hebel etc. zu erklären.

Die Formeln, welche ich nach dieser Vorstellungsart der Reibung für die schiefen Ebenen, Keile etc. finde, unterscheiden sich der einfachen Form nach zwar auffallend von den bisher bekannten, stimmen aber im Wesen mit ihnen gänzlich überein. Die grosse Einfachheit der für Keile sich ergebenden Formeln ist es auch, welche mir die Aufstellung meiner auf die Reibung gegründeten Gewölblehre sehr erleichterte.

§. 2.

Es sey Fig. I. AB, worauf die Unebenheiten durch AabcdeB vorgestellt sind, eine horizontale Ebene, auf welcher der Körper aKle=Q durch eine in einer mit ihr parallelen Richtung wirkende, möglich kleinste Kraft V zum Gleiten gebracht werden soll. Bezeichnet man den Winkel $abA=cdb=eBd$ mit c, und den Winkel $aAb=cbd=edB$ mit c', so wird der Körper nach der Lehre der schiefen Ebenen linker Hand gleiten, wenn $V=Q \cdot \text{tg.} c$, rechter Hand aber, wenn $V'=Q \cdot \text{tg.} c'$ ist.

Nun ist bekanntlich gleich viel Kraft erforderlich, den Körper vor- oder rückwärts zum Gleiten zu bringen, mithin ist $V=V'$ und $c=c'$. Benennt man den Reibungscoefficienten mit μ , so ist $V=\mu \cdot Q$ die Formel für das Gleiten des Körpers nach jeder der beiden Richtungen, folglich ist $\mu=\text{tg.} c$. Diesen Winkel c nenne ich den Reibungswinkel. Denkt man sich die Ebene AB gegen die Linie BA' geneigt, und diese Linie horizontal, so dass die aus dem Schwer-

punkte G des Körpers auf die Ebene die gezogene Linie Gf perpendicular wird: so kann der Körper nicht abwärts gleiten.

§. 3.

Soll Fig. II. der Körper Q auf der schiefen Ebene AB durch eine möglich kleinste Kraft V, deren Richtung aus seinem Schwerpunkte G nach A' die Vertikale CT unter einem Winkel $GA'C = \beta$ schneidet, aufwärts zum Gleiten gebracht werden, und der Winkel der schiefen Ebene $BAC = \alpha$ seyn: so ist TB' oder die mit ihr parallele T'B'' die schiefe Ebene, welche bei Berechnung des Verhältnisses zwischen Kraft und Last in Betrachtung kömmt. In diesem Falle zerlegt sich die nach GA' wirkende Kraft in zwei andere Gh und Gb, wovon die erstere parallel mit der schiefen Ebene B'T' und die andere perpendicular auf diese ist. Die Schwerkraft Gg zerlegt sich gleichfalls in zwei andere gleicher Art, nämlich in Gf und Gk.

Setzt man den Winkel $CT'B'' = CTB' = \tau$, so ist der Reibungswinkel $Aba = c$ gleich dem Winkel bdc und $\alpha = \tau + c$, sohin $\tau = \alpha - c$; ferner der Winkel $A'iT + \tau = \beta$ und $A'iT = \beta - \tau = Gik$, mithin $iGk = 90 - \beta + \tau$.

Da $iG:ik = 1:\cos(\beta - \tau)$, $iG = V$ und $ik = Gh$ ist: so wird $Gh = \cos(\beta - \tau) \cdot V = \cos(\beta - \alpha + c) \cdot V$.

Weil der Winkel $kGg = \tau = \alpha - c$ und $kGg = 90 - \alpha + c$ ist, so ist $Gg:Gf = 1:\cos(\alpha - c)$ und $Gf = \cos(\alpha - c) \cdot Q$.

Da $Gf = Gh$ seyn muss, so wird $\cos(\beta - \alpha + c) \cdot V = \cos(\alpha - c) \cdot Q$ und

$$V = \frac{\cos(\alpha - c) Q}{\cos(\beta - \alpha + c)} \quad (I.)$$

Dieser Ausdruck verändert sich in $V = \frac{(\cos \alpha + \text{tg. } c \cdot \sin \alpha) Q}{\cos(\beta - \alpha) - \text{tg. } c \cdot \sin(\beta - \alpha)}$,

weil $\cos(\alpha - c) = \cos \alpha \cdot \cos c + \sin \alpha \cdot \sin c$ und

$\cos(\beta - \alpha + c) = \cos(\beta - \alpha) \cos c - \sin(\beta - \alpha) \cdot \sin c$, so wie auch $\frac{\sin c}{\cos c} = \text{tg. } c$ ist.

Setzt man in dem veränderten Ausdrucke μ für $\text{tg. } c$, so erhält man

$$V = \frac{(\cos \alpha + \mu \cdot \sin \alpha) Q}{\cos(\beta - \alpha) - \mu \cdot \sin(\beta - \alpha)} \quad (II)$$

wie Herr Oberbaurath Eytelwein in seiner Statik fester Körper angibt.

§. 4.

Soll aber der Körper abwärts gleiten, so ist UD' oder die mit ihr Parallele U'D als die schiefe Ebene, deren Winkel mit der Vertikalen $CT = \alpha$ ist, zu betrachten. Dieses gilt auch, wenn der Körper auf der schiefen Ebene AB durch die möglich kleinste Kraft V erhalten werden soll. In diesem Falle ergibt

sich der Werth von $V = \frac{\cos(\alpha + c) Q}{\cos(\beta - \alpha - c)} \quad (III)$, wenn c in der Gleichung (I)

negativ gesetzt wird; denn denkt man sich die Linie $B''T'$ um b gegen U sich drehend, so wird der Winkel $abA = c = 0$, wenn die Linie $B''T'$ in die Lage BA kommt, und unterhalb dieser wird der Winkel $AbU = c$ negativ; weil überhaupt eine positive Grösse nur nach ihrem Durchgang durch 0 oder ∞ negativ werden kann, und eine solche, welche dieses Durchganges nicht fähig ist, immer positiv bleibt. Die nämliche Gleichung (III) ergibt sich auch aus einer ähnlichen Construction, wie für den ersten Fall.

Wird mit dem Ausdrücke (III) eine ähnliche Veränderung, wie mit dem Ausdrücke (I) vorgenommen, so wird

$$V = \frac{(\cos \alpha - \operatorname{tg} c \cdot \sin \alpha) Q}{\cos (\beta - \alpha) + \operatorname{tg} c \cdot \sin (\beta - \alpha)} = \frac{(\cos \alpha - \mu \cdot \sin \alpha) Q}{\cos (\beta - \alpha) + \mu \cdot \sin (\beta - \alpha)} \quad (\text{IV})$$

welch letztern Ausdruck auch Herr Eytelwein gefunden hat.

Vergleicht man die Formeln (I) und (III) mit denen Herrn Eitelweins (II) und (IV), so sieht man, dass die erstern weit einfacher als letztere sind.

§. 5.

Für den Keil ergibt sich gleichfalls die nämliche Formel, welche Herr Eytelwein aufstellt. Es wirke nämlich senkrecht auf die Seite AB des Keils ABE Fig. III. die Kraft $ci = R$ und suche den Keil, auf welchen eine gleiche Kraft an seiner andern Seite BE wirkt, zu erheben. Diese zerlegt sich in die zwei Seitenkräfte ck und cG , wovon die erstere in die mit AB parallele Seite $T'B'$ und die andere senkrecht auf die Seite TB'' fällt, welche bei der Berechnung in Betracht kömmt.

Da $acb = cbd = cdb = c$, $bcG = 90$, also $acG = c + 90$, ferner $aci = 90$, folglich auch $acG = 90 + icG$, und $icG = c$ ist, so wird $ci:cG = \cos c:1$, und $cG = \frac{ci}{\cos c} = \frac{R}{\cos c}$ die möglich kleinste Kraft, welche den Keil zu erheben sucht.

Zerlegt man die Schwerkraft $Gg = V$ in zwei Seitenkräfte Gc und Gf senkrecht auf die wahren schiefen Ebenen TB'' , $T'B''$, so wird $cG:Gh = 1:\sin Gch$ und

$$cG = \frac{V}{2 \cdot \sin Gch}.$$

Ist $ABC = \alpha$, so ist $BbB'' + bB''B = \alpha$, mithin auch $c + bB''B = \alpha$, $bB''B = \alpha - c$ und, da GcB'' und Ghc rechtwinklichte Dreiecke sind, $Gch = \alpha - c$, sohin

$$cG = \frac{V}{2 \cdot \sin (\alpha - c)} = \frac{R}{\cos c} \quad \text{und} \quad V = \frac{2 \cdot \sin (\alpha - c) \cdot R}{\cos c} \quad (\text{V})$$

Dieser einfache Ausdruck verwandelt sich in

$$V = 2 (\sin \alpha - \operatorname{tg} c \cdot \cos \alpha) R,$$

weil $\sin (\alpha - c) = \sin \alpha \cdot \cos c - \cos \alpha \cdot \sin c$ und $\frac{\sin c}{\cos c} = \operatorname{tg} c$ ist.

Wird μ für $\operatorname{tg} c$ gesetzt, so wird $V = 2 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) R$. Bezeichnete man cG mit S und den Winkel ABE mit α , so würde $S = \frac{V}{2 \sin \left(\frac{\alpha - c}{2} \right)}$.

Aus der Gleichung (V) ergibt sich $R = \frac{\cos c \cdot V}{2 \sin (\alpha - c)}$, woraus die Bemerkung hervorgeht, dass $R = \infty$, wenn $\alpha - c = 0$ oder $c = \alpha$ wird, dass also unter dieser Bedingung keine endlich grosse Kraft R auf jeder Seite einen Keil zum Ausgleiten zu bringen vermag. Dieses leuchtet auch aus der Betrachtung ein, dass $b c$ vertical und parallel mit CB , sohin cG horizontal wird, wenn $c = \alpha$ also $b B'' B = \alpha - c = 0$ ist.

Ist aber α kleiner als c oder $\alpha < c$; folglich $b B'' B$ negativ d. i. gleich dem Winkel $c B'' B = -(c - \alpha)$, so wird R gleichfalls negativ, und ein Ausgleiten des Keils noch weniger möglich.

Die nämlichen Folgerungen ergeben sich aus der Gleichung $S = \frac{V}{2 \sin \left(\frac{\alpha - c}{2} \right)}$

Wendet man dieselben auf die aus abgestumpften Keilen bestehenden Gewölbe an, so erhält man das merkwürdige Resultat, dass der Schlussstein und die ihm nächsten Steine, man mag sie lose oder unter sich mit ihm vereinigt annehmen, von keiner äussern oder innern Kraft auswärts gedrückt werden können, wenn ihr halber Zentralwinkel α gleich dem Reibungswinkel c oder kleiner als dieser ist, das Gewölbe mag ein nackter oder ein übermauerter Bogen von gleicher oder ungleicher Dicke seyn. Da die von mir und andern Ingenieuren angestellten, vielen Versuche den Reibungswinkel der Gewölbesteine von 30° bis 40° geben, so ist der mittlere Gewölbtheil von 60° bis 80° nie einer Gefahr auszugleiten unterworfen, und die deshalb von manchen Ingenieuren und Mathematikern gehegte Sorge ungegründet.

Die Figur III. macht das Angeführte vielleicht noch klarer. Es sey $ABC = EBC = \frac{\alpha}{2}$ und $aAB = aBA = c$, eben so $a'EB = a'BE = c$, so ist $CAB = 90 - \frac{\alpha}{2}$ und $B''AC = 90 - \frac{\alpha}{2} + c$, also $AB''C = \frac{\alpha}{2} - c$. Zerlegt man die Schwerkraft $V = Gg$ des Keils in die auf die wahren, schiefen Ebenen Aa und Ea' senkrechten Seitenkräfte Gc und Gf , und setzt man $Gc = S$, so wird $\frac{V}{2} : S = Gh : Gc = \sin Gch : 1$.

Da nun im Dreiecke $B'' G c$ der Winkel $G = 90 - \frac{\alpha}{2} + c$, folglich

$$Gch = \frac{\alpha}{2} - c, \text{ so wird } S = \frac{V}{2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2} - c\right)}.$$

Ist $\frac{\alpha}{2} - c = Gch = 0$, sohin $B'' AC = 90^\circ$, so wird $S = \infty$. Ist aber $\frac{\alpha}{2} - c$ negativ, also $B'' AC > 90^\circ$, so wird S negativ. In beiden Fällen wird das Ausgleiten des Keils unmöglich. Setzte man $c = 0$, so würde

$$R = \frac{V}{2 \cdot \sin \alpha} \text{ und } S = \frac{V}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}$$

Für $c = 0$ und $\alpha = 0$ also auch $\frac{\alpha}{2} = 0$, würde $R = \infty$ und $S = \infty$.

§. 6.

Wie so eben bewiesen wurde, kann der mittlere Gewölbetheil von 60° nicht auswärts gepresst werden. Dieses findet auch noch Statt, wenn er zu mehr als 60° ja bis zu 180° angenommen wird; denn setzt man Fig. XII. den Winkel $1 c \alpha = \varphi$, $2 c 1 = \alpha$, $3 c 2 = \beta$, $c' 1 c = c'$, $c 2 c'' = c$, die halbe Stirnfläche des Mitteltheils $\beta 1 H G H 1 \beta' = F$, die Stirnfläche des Nebentheils $\gamma 2 I G 1 \beta = f$, und soll dieser mit Beihilfe desjenigen auf der andern Seite den Mitteltheil in die Höhe pressen können: so müsste $hg > ab$ seyn. Hiebei wird vorausgesetzt, dass jede dieser Linien in o auf der Reibungsebene $1 c'$, und auch $h k$ auf der Reibungsebene $2 c''$ perpendicular sey.

Nun ist $1 c' a = \varphi - c$, sohin $o a c = 90 - \varphi + c$ und
 $ab : ad = 1 : \sin(\varphi - c)$.

Da $ad = F$ ist, so wird $ab = \frac{F}{\sin(\varphi - c)} \dots (A)$

Ferner ist $o a c' + o h h' = 180$, folglich $o h h' = 90 + \varphi - c' = h i k$,
 $2 h' h = 2 c'' a = \varphi + \alpha + c$, mithin $h h' = 90 - \varphi - \alpha - c = h i g$,

und $h g i = 180 - o h h' - h i g = \alpha + c' + c$

also $hg : hi = \cos(\varphi + \alpha + c) : \sin(\alpha + c' + c)$

und, da $hi = f$ ist, $hg = f \frac{\cos(\varphi + \alpha + c)}{\sin(\alpha + c' + c)} \dots (B)$

folglich müsste $f \frac{\cos(\varphi + \alpha + c)}{\sin(\alpha + c' + c)} > \frac{F}{\sin(\varphi - c)}$ oder

$$f > F \cdot \frac{\sin(\alpha + c' + c)}{\sin(\varphi - c') \cdot \cos(\varphi + \alpha + c)}$$

seyn, worin $c = c'$ ist, weil die Reibungswinkel bei Steinen gleicher Gattung einander gleich sind.

Nimmt man $c = 30$ an, so erhellet, dass, wenn $2c$ mit der horizontalen Mc einen Winkel von 30° und $2c'$ mit der horizontalen Lc' einen Winkel von 60° macht, der Nebentheil auf $2c'$ nicht mehr herabzugleiten strebt; folglich auch keinen Seitendruck hg auf dem Mitteltheil auszuüben vermag; wesswegen $2ca = 60$ als die Grenze der Winkel $\varphi + \alpha$ zu betrachten ist.

Berechnet man die Werthe von hg und ab , so findet man

für	$\varphi = 35$,	$\alpha = 5$,	$f > 20$.	2. F
	$\varphi = 35$,	$\alpha = 20$,	$f > 131$.	2. F
	$\varphi = 40$,	$\alpha = 5$,	$f > 20$.	5. F
	$\varphi = 40$,	$\alpha = 15$,	$f > 63$.	4. F
	$\varphi = 45$,	$\alpha = 5$,	$f > 20$.	5. F
	$\varphi = 45$,	$\alpha = 10$,	$f > 42$.	6. F
	$\varphi = 50$,	$\alpha = 5$,	$f > 31$.	2. F

Nun gibt der blosse Anblick, dass $\gamma 21H1\beta$ für $\alpha = 5$ unmöglich grösser als 20 . 2 F oder über 20 . 2 Mal grösser, als $F = \beta 1HG\alpha$ für $\varphi = 35$ seyn kann. Das Nämliche gilt für die übrigen berechneten Fälle, folglich können die Nebentheile den Mitteltheil, wenn er mehr als 60° hat, niemals auswärts pressen.

Bei einem nackten Bogen $\delta 321A1^\circ 2^\circ 3^\circ \delta' \alpha \delta$ verhält sich F zu f wie φ zu α , folglich müsste, wenn $hg > ab$ wäre,

$$\alpha > \varphi \cdot \frac{\sin(\alpha + c' + c)}{\sin(\varphi - c') \cdot \cos(\varphi + \alpha + c)},$$

und für	$\varphi = 35$,	$\alpha = 5$,	$\alpha > 20$.	2. φ
	$\varphi = 35$,	$\alpha = 20$,	$\alpha > 131$.	2. φ
	$\varphi = 40$,	$\alpha = 5$,	$\alpha > 20$.	5. φ
	etc.			

seyn; woraus hervorgeht, dass ein Emporsteigen des Mitteltheils von mehr als 60° bei einem nackten Bogen eben so wenig möglich ist.

Bemerkt wird noch, dass $hk = f \frac{\cos(\varphi - c')}{\sin(\alpha + c' + c)} \dots (C)$ ist, und

diese Gleichung und die beiden andern (A) et (B) Grundgleichungen sind, aus welchen sich die im nachstehenden Kapitel angegebenen Werthe von S', s'', S'', s''' , etc. entwickeln, wenn man, da alle Keile eines Gewölbes herabzugleiten streben,

c^3 1 c anstatt $c' 1 c$, sohin $-c'$ für c' , $\frac{\alpha}{2}$ für φ und $\frac{3}{2}\alpha$ etc. für $\varphi + \alpha$ so wie $\frac{g+t'}{2}$ für F , $g+t''$ etc. für f allmählig annimmt. Z. B. für $\varphi + \alpha = \frac{3}{2}\alpha$ wird

$$ab = \frac{F}{\sin\left(\frac{\alpha}{2} + c'\right)} = \frac{g+t'}{2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2} + c'\right)} = S',$$

$$hg = f \cdot \frac{\cos\left(\frac{3}{2}\alpha + c\right)}{\sin \alpha} = (g+t'') \cdot \frac{\cos\left(\frac{3}{2}\alpha + c\right)}{\sin \alpha} = S''$$

etc.

§. 7.

Für den Fall, dass der Keil durch die möglich kleinsten, auf die Seiten AB und EB senkrechten Kräfte im Abwärtsgleiten gehindert, oder in Ruhe erhalten werden soll, ist die schiefe Ebene UD in Betrachtung zu ziehen. Construiert

man die nöthigen Parrallelogramme, so erhält man $V = \frac{2 \cdot \sin(\alpha + c)}{\cos c} R$ (VI) =

$2 (\sin \alpha + \operatorname{tg} c \cdot \cos \alpha) R = 2 (\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha) R$. welch letztern Ausdruck auch Herr Eytelwein gibt.

Ohne Construction ergibt sich die nämliche Formel, wenn man in der für den Fall des Erhebens $\operatorname{tg} c$ negativ setzt; denn denkt man sich die Linie Tc um c abwärts sich drehend, so wird $acb = c = 0$, wenn sie in die Lage T'c kommt, und unterhalb dieser negativ; folglich $UcT' = ecd = -c$.

Bezeichnete man die auf UD perpendikuläre Kraft mit S und den Winkel ABE mit α , so würde $S = \frac{V}{2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2} + c\right)}$.

Der nämliche Ausdruck für S ergibt sich aus der Figur III. b, worin Gg = V in die auf die wahren, schiefen Ebenen cB und fB senkrechten Seitenkräfte Gc und Gf zerlegt ist. Da $Abc = c$, $ABC = \frac{\alpha}{2}$, so wird $CBU = \frac{\alpha}{2} + c$ und $cGB = 90 - \left(\frac{\alpha}{2} + c\right)$, folglich $Gch = \frac{\alpha}{2} + c$ und $S = \frac{V}{2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2} + c\right)}$.

Für $\frac{\alpha}{2} = 0$ wird $S = \frac{V}{2 \cdot \sin c}$; es übt also ein Parallelepiped noch einen

endlichen Seitendruck aus, und kann durch einen Gegendruck $\frac{V}{2 \cdot \sin c}$ auf jeder Seite noch in Ruhe erhalten werden.

Setze man $c = 0$, so würde $R = \frac{V}{2 \sin \alpha}$ und $S = \frac{V}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}$

Für $c = 0$ und $\alpha = 0$ würde $R = \infty$ und $S = \infty$.

§. 8.

Wir wollen nun die Frage erörtern, ob ein Gewölbetheil zwischen dem Schlusskeil und der einen Widerlage nicht von den obern Keilen auswärts gepresst werden könne.

Es sey Fig. IV. $B\beta o C$ der in Frage stehende Zwischentheil, $A\alpha\beta B$ der ihn pressende Obertheil, $AcB = \varphi$, $BcC = \alpha$ und $CcD = \beta$. Denkt man sich links von $A\alpha$ einen eben so grossen Obertheil wie $A\alpha\beta B$ und mit diesem in $A\alpha$ vereinigt; ferner die Schwerkraft $\alpha e = V$ des halb linker und halb rechter Hand befindlichen obern Gewölbetheils in zwei auf ihre Fugen *) perpendikuläre Seitenkräfte aufgelöst, wovon die rechtseitige $ab = S$ ist, und db horizontal, also $ad = de = \frac{V}{2}$; so wird $abd = \varphi$ und $\frac{V}{2} : S = \sin \varphi : 1$ also $S = \frac{V}{2 \sin \varphi}$.

Diese Kraft pflanzt sich in der nämlichen Richtung von b nach C fort, und zerlegt sich in eine auf die wahre mit $p5$ parallele (Reibungs-) Ebene tm perpendikuläre Seitenkraft Gh und in eine andere mit tm parallele Gi .

Eben so löst sich die Schwerkraft $Gg = Q$ des Zwischentheils in eine auf die wahre (Reibungs-) Ebene tm perpendikuläre Gf und in eine mit tm parallele Gk auf.

Soll der Zwischentheil nicht auswärts gedrückt werden können, so muss $Gi - Gk \leq 0$ seyn.

Nun ist $Gh = S$, $h o C = c =$ Reibungswinkel, $b c C = 90 - \alpha$, also $ohC = 180 - c - (90 - \alpha) = 90 - c + \alpha$, $Ghf = 90 + c - \alpha$, $hGf = -c + \alpha = Ghi$, also $Gh : Gi = 1 : \sin(\alpha - c)$ und $Gi = S \cdot \sin(\alpha - c) = \frac{V \cdot \sin(\alpha - c)}{2 \sin \varphi}$.

Ferner ist $AcC = Ggq = \varphi + \alpha = 90 - \beta$, also $Ggf = \varphi + \alpha - c = 90 - (\beta + c) = k Gg$ und $Gg : Gk = 1 : \cos(\varphi + \alpha - c)$, folglich $Gk = Q \cdot \cos(\varphi + \alpha - c) = Q \cdot \sin(\beta + c)$ und es muss $Gi - Gk$

$$= \frac{V \cdot \sin(\alpha - c)}{2 \sin \varphi} - Q \cdot \cos(\varphi + \alpha - c)$$

$$= \frac{V \cdot \sin(\alpha - c)}{2 \sin \varphi} - Q \cdot \sin(\beta + c) \leq 0 \text{ seyn.}$$

*) Ein Reibungswinkel kann in der Fuge $B\beta$ nicht in Anschlag kommen, weil der Mitteltheil herabgleiten muss, wenn der Nebentheil emporsteigen soll, folglich in der einen Hinsicht $+c$ und in der andern $-c$ angenommen werden muss, $c - c$ aber $= 0$ ist.

Da die Grössen $\frac{V}{2}$ und Q der gleich dicken und nackten Gewölbe wie ihre Bögen sich erhalten: so kann man für jene φ und α setzen; alsdann muss

$$\frac{\varphi}{\sin \varphi} \cdot \sin (\alpha - c) - \alpha \cdot \sin (\beta + c) \leq 0 \text{ oder}$$

$$\frac{\varphi}{\sin \varphi} \cdot \sin (\alpha - c) - \alpha \cdot \cos (\varphi + \alpha - c) \leq 0 \text{ seyn.}$$

Gleiche Formeln fände man, wenn man den Reibungscoefficienten anstatt den Reibungswinkel in Rechnung ziehen, aus dem Kräften - Parallelograme $GLCq$ et Glq die Differenz $GL - Gl \leq 0$ bestimmen, und ihren Werth der analytischen Trigonometrie gemäss verändern würde.

Aus obigen Formeln erhellet nun 1) dass für $\varphi = 0$ der Ausdruck $\frac{\varphi}{\sin \varphi} \varphi = 1$, folglich $\sin (c - \alpha) - \alpha \cdot \cos (c - \alpha) \leq 0$ und $\text{tg} (c - \alpha) - \alpha \leq 0$ folglich für $c = 30$ und für α grösser als $15 \frac{3}{4}$ die Differenz negativ und kleiner als 0 ist; woraus der Schluss sich ergibt, dass für sehr kleine Werthe von φ , für $c = 30$ und $\alpha > 15 \frac{3}{4}$ die Differenz noch negativ und kleiner als 0 bleibt; 2) dass für $\alpha - c = 0$, also $\alpha = c$ und $Gi = 0$ die Differenz negativ; folglich kleiner als 0 ist, und dieses für $\alpha > c$ bis zu einer gewissen Grenze noch Statt findet, welchen Werth auch φ haben mag; 3) dass für $\alpha = 0$ die Grösse $Gk = 0$ und $Gi = \frac{\varphi}{\sin \varphi} \cdot \sin c = \frac{\varphi}{\sin \varphi} \sin c$ mithin die Differenz wieder negativ und kleiner als 0 wird; woraus also folgt, dass für sehr kleine Werthe von α bis zu einer bestimmten Grenze die Differenz noch negativ und kleiner als 0 bleibt, sohin ein einzelner schmaler Keil nicht ausgleiten kann.

Diesen allgemeinen Folgerungen füge ich noch nachstehende Berechnungen für $\alpha > c$ bei, welche zur Begründung des Satzes hinreichen, dass kein Theil eines Gewölbes der Gefahr auswärts zu gleiten unterworfen ist.

Für c	Für φ	Für α	Für β	ist die Differenz	Bemerkung
30	5	35	50	0. 087 — 0. 601	also negativ
	30	35	25	0. 091 — 0. 500	» »
	55	35	0	0. 102 — 0. 305	» »
	0	40	50	0. 173 — 0. 686	» »
	10	40	40	0. 173 — 0. 658	» »
	20	40	30	0. 170 — 0. 600	» »
	45	45	0	0. 286 — 0. 393	» »
	0	50	40	0. 342 — 0. 817	» »
	0	60	30	0. 500 — 0. 909	» »
	0	75	15	0. 707 — 0. 926	» »
	10	80	0	0. 770 — 0. 698	» positiv
	0	90	0	0. 866 — 0. 785	» »
33	10	80	0	0. 731 — 0. 759	» negativ
33	0	90	0	0. 838 — 0. 854	» »

folglich wird die Differenz nur für $c = 30$, $\varphi = 10$, $\alpha = 80$ und für $c = 30$, $\varphi = 0$, $\alpha = 90$ positiv, jedoch wieder negativ, wenn $c = 33$ angenommen wird. Da die Versuche c immer viel grösser als 30 angeben, so können die zwei Ausnahmen füglich unberücksichtigt bleiben.

Betrachtet man die vom Schlusse abwärts an Dicke zunehmenden und die übermauerten Bögen, so sieht man, dass die Differenz $G_i - G_k = \frac{V \times}{2 \cdot \sin \varphi} \times \sin(\alpha - c) - Q \cdot \sin(\beta + c) < 0$ um so mehr wird, als für $\varphi = \alpha$ die Grösse V viel kleiner als Q ist. Von den Kuppel-, Kreuz-, Kappen- oder Kloster- und böhmischen Gewölben, deren Keilbreiten vom Schlusse abwärts zunehmen, gilt ebenfalls diese Bemerkung.

§. 9.

Man pflegt die Lehrgerüste der steinernen Brückengewölbe, wie dieses auch bei dem Bau der neuen Brücke über die Isar zu München geschah, auf eichene Doppelkeile Fig. V. A'B'on und noC'D' zu stellen, und nach dem

Schlüsse der Bögen auf die Flächen A'n und oC' zu schlagen, um die Lehrgerüste senken und wegnehmen zu können.

Der mögliche Zweifel, ob diese Gerüste auf derlei unverklammerten Doppelkeilen einen sichern Stand behaupten können, verdient eine nähere Würdigung.

Nehmen wir an, dass auf A'B' in b eine lothrechte Kraft Q wirke. Diese pflanzt sich in der nämlichen Richtung ba fort, und zerlegt sich in eine auf no perpendikuläre Seitenkraft bd und in eine andere mit no parallele bc. Die erste Kraft bd pflanzt sich in der Richtung df fort, und zerlegt sich wieder in zwei Seitenkräfte, in eine auf D'C' vertikale de und in eine mit D'C' parallele dg.

Es sey $\angle DAC = \alpha$, so wird auch $\angle ACB = \angle bad = \alpha$ und $\angle efd = \alpha$; folglich $ba:bd = 1:\sin \alpha$ und $ba:bc = 1:\cos \alpha$. Da $ba = Q$ ist, so wird $bd = Q \cdot \sin \alpha$ und $bc = Q \cdot \cos \alpha$. Da ferner $df:de = 1:\sin \alpha$ und $df:dg = 1:\cos \alpha$, df aber $= bd = Q \cdot \sin \alpha$, so wird $de = Q \cdot \sin^2 \alpha$ und $dg = Q \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

Soll nun der obere Keil auf der Fläche AC nicht herabgleiten können, so muss $bc \leq \mu \cdot bd$ oder $Q \cdot \cos \alpha \leq \mu \cdot Q \cdot \sin \alpha$, also $\cot. \alpha \leq \mu$ seyn, wenn μ den Reibungscoefficienten bezeichnet.

Soll eben so wenig auch der untere Keil auf der untern Fläche DC von C nach D glitschen können, so muss $dg \leq \mu' \cdot de$ oder $Q \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \leq \mu' \cdot Q \cdot \sin^2 \alpha$, mithin $\cot. \alpha \leq \mu'$ seyn.

Nach den vom englischen Ingenieur G. Rennie angestellten und im bayerischen Kunst- und Gewerbeblatt kürzlich mitgetheilten Versuchen ist $\mu = 0.13$ für Eichenholz auf Eichenholz, $\mu' = 0.172$ für Fichtenholz auf Fichtenholz etc. Es ist daher $\mu' > 0.13$ für Eichenholz auf Fichtenholz oder $\mu' > \mu$ oder $\mu' = \mu + v = 0.13 + v$.

Es muss nun $\cot. \alpha \leq 0.13$, und $\cot. \alpha \leq \mu' = 0.13 + v$ seyn.

Da $\cot. \alpha = \frac{AD}{CD} = \frac{BC}{AB}$, so muss $\frac{AD}{CD} \leq 0.13$

folglich, wenn $CD = 3'$ gesetzt wird, $AD \leq 4'' 8'''$ seyn.

Unter dieser Bedingung kann weder der obere Keil auf dem untern, noch der untere auf seiner Basis ausgleiten, und der letztere noch weniger, wenn seine Basis aus Fichtenholz besteht, oder $\mu' > \mu = 0.13$ ist. Allein, wenn

auch der untere Keil auf einer eichenen Basis ruhte, könnte er doch noch weniger als der obere weichen, weil die Reibung des obern Keils in der Richtung von A nach G dem Bestreben des untern zu gleiten noch entgegenwirkte.

Setzt man in obigen Formeln $\text{tg. } c$ für μ und $\text{tg. } c'$ für μ' , indem c, c' die Reibungswinkel bedeuten: so erhält man $\cot. \alpha \leq \text{tg. } c$ und $\cot. \alpha \leq \text{tg. } c'$, folglich $90 - \alpha \leq c$ und $90 - \alpha \leq c'$. Für $\mu = 0.13$ wird $c = 7^\circ 26'$ und für $\mu' = 0.172$ wird $c' = 9^\circ 46'$.

Diese neuen Formeln findet man auch unmittelbar, wenn man die Reibungswinkel in der Figur III. construirt und auf ähnliche Weise, wie für die Figur II gezeigt worden, verfährt.

Diese Prämissen werden nachstehende Untersuchungen, in welchen die Reibung der Gewölbkeile unter sich in Anschlag kommt, verständlicher machen.

I. K a p i t e l.

Von den erhaltenden und zerstörenden Kräften eines Tonnengewölbes.

§. 10.

In der Voraussetzung, dass die Gründung eines Gewölbes das ihm eigene und etwa noch zukommende fremde Gewicht zu tragen vermag, und vor einer Beschädigung durch äussere Einwirkungen als Eisstoss, Erdbeben etc. gehörig gesichert ist, hat ein Gewölb vollkommene Stabilität, wenn es mit seinen Widerlagen ein Ganzes bildet, und dieses aus einer Masse besteht, welche durch sein eigenes und fremdes Gewicht nicht zermalmt werden kann.

Dieses ist auch der Fall, wenn ein Gewölb aus mehreren Theilen zusammengesetzt, und durch Mörtel oder ein anderes Mittel so verbunden ist, dass es als ein Ganzes betrachtet werden kann.

Findet aber dieses nicht statt, so ist die Stabilität eines Gewölbes problematisch, und ist nur dann vorhanden, wenn die erhaltenden Kräfte über die zerstörenden, oder nach Zerstörung strebenden ein Uebergewicht (Ueberwucht), oder die einander entgegengesetzten Kräfte wenigstens ein Gleichgewicht haben.

Wenn die zerstörenden Kräfte über die erhaltenden eine Ueberwucht haben: so ist sie negativ, und ich nenne sie daher negative Ueberwucht.

Zu den erhaltenden Kräften gehören die Vertikalpressungen, die Reibung der Gewölbesteine unter sich und auf den Basen der Widerlagen und das Bindemittel.

Zu den zerstörenden Kräften gehören die Horizontalpressungen und insbesondere die Kraft des Frostes, wenn das Bindungsmittel noch nicht gänzlich erhärtet ist.

Bei der Berechnung der Stabilität wird vorausgesetzt, dass ein Gewölbe zur Zeit des Frostes nicht aufgeführt werde, und die Kraft des Bindungsmittels nicht angeschlagen, um so mehr, weil der Widerstand und die Dicke der Widerlagen nach den Wirkungen eines Gewölbes zur Zeit seiner Ausrüstung, wo sie am nachtheiligsten sind, berechnet werden muss, und die Ausrüstung am zweckmässigsten geschieht, wenn der Mörtel zwischen den Gewölbkeilen noch nicht ganz erhärtet ist; folglich ohnehin nur wenig bindende Kraft besitzt.

Es handelt sich daher nur um die nähere Bestimmung der übrigen erhaltenden und zerstörenden Kräfte.

§. 11.

Es sey $GMRSe\alpha$ Fig. VI. die halbe Stirnfläche eines aus mehreren Keilen gleicher Höhe und gleicher Breite bestehenden Tonnengewölbes von kreisförmiger innerer Krümmung mit einer horizontalen Uebermauerung. Alle Theile des Gewölbes und der Widerlagen werden von einem Fuss Länge und gleichem spezifischen Gewicht angenommen, so dass jedem Quadratfuss der Stirnfläche ein Kubikfuss von der Masse des Gewölbes entspricht.

Die Stirnfläche sowohl des Schlusskeiles $\beta 11\beta'$ als jedes der folgenden Keile $\gamma 21\beta$, $\delta 32\gamma$ etc. sey $=g$, die Fläche der auf dem Schlusskeile ruhenden Stirnmauer $H 1 A 1^\circ H' = t'$, die auf dem zweiten lastende Mauer $I 21 H = t''$, etc., der Reibungswinkel $c 1 c' = c 2 c'' = c 3 c'''$ etc. $= c 1^\circ c' = c$.

Man zerlege die Schwerkraft $\alpha e = g + t'$ des belasteten Schlusskeils in zwei auf die wahren (Reibungs-) Ebenen $1 c'$ und $1^\circ c'$ der ihm nächsten Keile perpendikuläre Seitenkräfte ab und af , eben so die Schwerkraft $hi = g + t''$ des zweiten Keiles in zwei auf die wahren Ebenen $2 c''$ und $1 c'$ der ihm nächsten Keile perpendikuläre Seitenkräfte hk und hg u. s. f. Hierbei wird vorausgesetzt, dass αe , hi etc. durch den gemeinschaftlichen Schwerpunkt jedes Keiles und seiner Stirnmauer gehe, und der Punkt α so gewählt wurde, dass ab und hg verlängert in einem Punkt o , hk und mu verlängert in einem Punkt o' u. s. f. zusammentreffen. Dieses haben auch die Herrn Rösling in ihrer Schrift Seite 140. B. als möglich und nothwendig angenommen.

Setzt man nun $ab = S'$, $hk = S''$, $mv = S'''$ etc. und
 $hg = s''$, $mu = s'''$ etc.

ferner $1 c 1^\circ = 2 c 1 = 3 c 2$ etc. $= \alpha$;

so ist $ic' \alpha = 1 c c' + c 1 c' = \frac{\alpha}{2} + c$, und $abd = 1 c' \alpha = \frac{\alpha}{2} + c$,

weil bdf auf $\alpha c'$ perpendikulär ist, folglich

$$S' : \frac{g+t'}{2} = 1 : \sin \left(\frac{\alpha}{2} + c \right) \text{ und } S' = \frac{g+t'}{2 \cdot \sin \left(\frac{\alpha}{2} + c \right)}.$$

Ferner ist $h \alpha c' + ghi = 180$, also $ghi = 180 - h \alpha c' = 180 - \left(90 - \frac{\alpha}{2} - c \right) = 90 + \frac{\alpha}{2} + c = hik$, und $hh' 2 = \alpha c'' 2 = 2 ca + c 2 c'' = \frac{3}{2} \alpha + c$, sohin $l' hh' = khi = 90 - \frac{3}{2} \alpha - c = hig$ und $hgi = hki = 180 - hik - khi = \alpha$.

Da $S'' : g + t'' = \sin h i k : \sin h k i = \cos \left(\frac{\alpha}{2} + c \right) : \sin \alpha$, so ist

$$S'' = (g + t'') \cdot \frac{\cos \left(\frac{\alpha}{2} + c \right)}{\sin \alpha}, \text{ und}$$

da $s'' : g + t'' = \sin h i g : \sin h g i$,

$$s'' = \frac{(g + t'')}{\sin \alpha} \cdot \cos \left(\frac{3}{2} \alpha + c \right).$$

Auf gleiche Weise ergibt sich der abwärts gehende Druck

$$S''' = (g + t''') \cdot \frac{\cos \left(\frac{3}{2} \alpha + c \right)}{\sin \alpha} \text{ und der aufwärts gehende}$$

$$s''' = (g + t''') \cdot \frac{\cos \left(\frac{3}{2} \alpha + c \right)}{\sin \alpha}, \text{ etc.}$$

Allgemein findet sich der abwärts gehende Druck des n^{ten} Keils

$$S^n = (g + t^n) \cdot \frac{\cos \left[\left(n - \frac{3}{2} \right) \alpha + c \right]}{\sin \alpha} \text{ und}$$

sein aufwärts gehender Druck

$$s^n = (g + t^n) \cdot \frac{\cos \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \alpha + c \right]}{\sin \alpha}.$$

Wenn man die Reibung der Keile unter sich nicht berücksichtigt, so wird $c = 0$ und die Linie $1c'$ fällt mit $1c$, $2c''$ mit $2c$, $3c'''$ mit $3c$ etc. zusammen. Die in diesem Falle sich ergebenden Formeln werden den von den Herrn Rösling in ihrer Schrift S. 44 et 45 angegebenen ganz gleich, wenn man mit ihnen den Winkel des halben Schlusskeiles zu α anstatt zu $\frac{\alpha}{2}$ annimmt, und S^n für $g + t^n$, N^n für S^n und C^n für s^n setzt.

§. 12.

Da dem abwärts gehenden Druck jedes obern Keils der aufwärts gehende des nächst untern in o , o' , o'' etc. gerade entgegen gesetzt ist: so drückt die positive Differenz $S^n - s^{n+1} = D^n$ den abwärts gehenden Druck und die negative den aufwärts gehenden in der n^{ten} Gewölbfrage aus.

Löst man diese schiefe Pressung D^n in eine horizontale $\mathfrak{H}^n$ und in eine vertikale $\mathfrak{B}^n$ auf, so wirkt die horizontale nach der Linken, wenn D^n positiv, und nach der Rechten, wenn D^n negativ ist, die vertikale aber im ersten Falle abwärts und im zweiten aufwärts.

Es bietet sich daher die Aufgabe dar, die Werthe der horizontalen und vertikalen Pressungen der Keile zu bestimmen.

Da der Winkel $abd = \frac{\alpha}{2} + c$ sich fand, so ist $bad = 90 - \left(\frac{\alpha}{2} + c\right)$ also $ab:bd = S':H' = 1:\cos\left(\frac{\alpha}{2} + c\right)$ und des ersten oder Schlusskeiles Horizontaldruck in o wird $H' = S' \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2} + c\right)$.

Da ferner $ab:ad = S':V' = 1:\sin\left(\frac{\alpha}{2} + c\right)$, so wird des Schlusskeiles Vertikaldruck in o

$$V' = S' \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2} + c\right).$$

Auf gleiche Weise erhält man des zweiten Keiles horizontalen Gegendruck in o

$$h'' = s'' \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2} + c\right)$$

und dieses Keiles vertikalen Gegendruck in o

$$v'' = s'' \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2} + c\right)$$

so wie auch des nämlichen Keiles Horizontaldruck in o'

$$H'' = S'' \cdot \cos\left(\frac{3}{2}\alpha + c\right)$$

und seinen Vertikaldruck in o'

$$V'' = S'' \cdot \sin\left(\frac{3}{2}\alpha + c\right),$$

des dritten Keiles horizontalen Gegendruck in o'

$$h''' = s''' \cdot \cos\left(\frac{3}{2}\alpha + c\right)$$

und seinen vertikalen Gegendruck in o'

$$v''' = s''' \cdot \sin\left(\frac{3}{2}\alpha + c\right)$$

etc.

folglich $H' - h'' = (S' - s'') \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2} + c\right),$

$$V' - v'' = (S' - s'') \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2} + c\right),$$

$$H'' - h''' = (S'' - s''') \cdot \cos\left(\frac{3}{2}\alpha + c\right),$$

$$V'' - v''' = (S'' - s''') \cdot \sin\left(\frac{3}{2}\alpha + c\right)$$

etc.

Allgemein wird des n^{ten} Keiles horizontaler Gegendruck

$$h^n = s^n \cdot \cos\left[\left(n - \frac{3}{2}\right)\alpha + c\right],$$

vertikaler Gegendruck

$$v^n = s^n \cdot \sin\left[\left(n - \frac{3}{2}\right)\alpha + c\right],$$

Horizontaldruck

$$H^n = S^n \cdot \cos\left[\left(n - \frac{1}{2}\right)\alpha + c\right],$$

Vertikaldruck

$$V^n = S^n \cdot \sin\left[\left(n - \frac{1}{2}\right)\alpha + c\right],$$

mithin
$$\begin{aligned} H^n - h^{n+1} &= (S^n - s^{n+1}) \cdot \cos \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \alpha + c \right], \\ V^n - v^{n+1} &= (S^n - s^{n+1}) \cdot \sin \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \alpha + c \right]. \end{aligned}$$

Nachdem nun die Werthe der horizontalen und vertikalen Pressungen der Keile gefunden sind, so sind auch die Werthe $\mathcal{H}^n$ und $\mathcal{V}^n$ des Horizontal- und Vertikaldruckes, in welchen der schiefe $D^n = S^n - s^{n+1}$ sich zerlegt, gegeben.

Es ist nämlich $\mathcal{H}^n = (S^n - s^{n+1}) \cdot \cos \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \alpha + c \right] = H^n - h^{n+1}$
und $\mathcal{V}^n = (S^n - s^{n+1}) \cdot \sin \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \alpha + c \right] = V^n - v^{n+1}$.

Ist D^n positiv, so wirkt $\mathcal{H}^n$ nach der Linken und $\mathcal{V}^n$ abwärts. Ist aber D^n negativ, so wirkt $\mathcal{H}^n$ nach der Rechten und $\mathcal{V}^n$ aufwärts.

Diese Pressungsdifferenzen $\mathcal{H}', \mathcal{H}'', \mathcal{H}'''$ etc. und $\mathcal{V}', \mathcal{V}'', \mathcal{V}'''$ etc. sind es nun, welche auf ein Gewölbe theils zerstörend und theils erhaltend einwirken.

§. 13.

Bisher wurde zwar vorausgesetzt, dass die Richtungen der schiefen Pressungen ab und hg , hk und mu , mv und pq etc. einander direkt entgegengesetzt seyen, und dieses auch von den diesen Pressungen S' und s'' , S'' und s''' etc. entsprechenden Horizontal- und Vertikal-Pressungen gelte; allein diese Voraussetzung ist als keine nothwendige Bedingung der Stabilität eines Gewölbes zu betrachten, wenn man zu seiner grössern Sicherheit die Punkte o , o' , o'' etc., in welchen die Seitenkräfte der Keile und ihrer Stirnmauern sich wirklich äussern, in den äussersten Endpunkten 1, 2, 3 etc. der Keilköpfe annimmt; denn seine Widerlagen sind gegen die Gefahr zu gleiten gesichert, wenn sie den Horizontal-Pressungen $H' + H'' + H'''$ etc. — ($h' + h'' + h'''$ etc.) überhaupt widerstehen, in welchen Punkten letztere auch sich äussern mögen; eben so wenig können sich die Widerlagen um den Punkt R auswärts drehen, wenn ihre Widerstands-Momente so gross oder grösser als die Momente der schiefen oder horizontalen Pressungen, nämlich als $S' \cdot m' + S'' \cdot m''$ etc. — ($s'' \cdot n'' + s''' \cdot n'''$ etc.) oder als $H' \cdot p' + H'' \cdot p''$ etc. — ($h'' \cdot q'' + h''' \cdot q'''$ etc.) sind.

Nun ist klar, dass nur die positiven Momente den Stand der Widerlagen gefährden, während die, wie wir im Verfolge sehen werden, viel geringern negativen Momente erhaltend wirken; folglich gewinnt die Stabilität der Widerlagen in zweifacher Beziehung, wenn man die Applications-Punkte der schiefen oder horizontalen Pressungen in den Fugen höher, von o , o' , o'' etc. nach 1, 2, 3 etc. und hiemit längere Hebelsarme für diese Pressungen, dagegen kürzere für die erhaltenden vertikalen Pressungen annimmt.

Der Unterschied zwischen den wahren und angenommenen Applications-Punkten kann auf die Widerlagen-Breite keinen erheblichen Einfluss haben, weil die ganze Fugenhöhe $1\beta = 2\gamma$ etc., wie ich noch zeigen werde, in der Regel nur ungefähr den 15^{ten} Theil des Halbmessers $\alpha c = \epsilon c$ beträgt.

II. K a p i t e l.

Vom Horizontaldruck eines Tonnengewölbes.

§. 14.

Da jeder Keil einen bestimmten Horizontaldruck ausübt, so fragt sich, welchen Horizontaldruck alle Keile auf jede Widerlage erzeugen.

Sucht man den Horizontaldruck von $n - \frac{1}{2}$ Keilen und den Stirnmauern der aus $m - \frac{1}{2}$ Keilen bestehenden linkseitigen Gewölbhälfte, und bezeichnet man ihn mit $\mathcal{H}$: so ist $\mathcal{H} = H' - h'' + H'' - h''' \text{ etc. } - h^n + H^n - h^{n+1} = H' + H'' \text{ etc. } + H^n - (h'' + h''' \text{ etc. } + h^n + h^{n+1})$.

Nun ist nach §. 12 et §. 11

$$H' = S'. \cos \left(\frac{\alpha}{2} + c \right) = \frac{(g + t')}{2 \cdot \sin \left(\frac{\alpha}{2} + c \right)} \cdot \cos \left(\frac{\alpha}{2} + c \right) = \frac{1}{2} (g + t') \cdot \cot. \left(\frac{\alpha}{2} + c \right)$$

$$h'' = s''. \cos \left(\frac{\alpha}{2} + c \right) = \frac{(g + t'')}{\sin \alpha} \cdot \cos \left(\frac{3}{2} \alpha + c \right) \cdot \cos \left(\frac{\alpha}{2} + c \right)$$

etc.

$$h^n = s^n. \cos \left[\left(n - \frac{3}{2} \right) \alpha + c \right] = \frac{(g + t^n)}{\sin \alpha} \cdot \cos \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \alpha + c \right] \cdot \cos \left[\left(n - \frac{3}{2} \right) \alpha + c \right]$$

$$H^n = S^n. \cos \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \alpha + c \right] = \frac{(g + t^n)}{\sin \alpha} \cdot \cos \left[\left(n - \frac{3}{2} \right) \alpha + c \right] \cdot \cos \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \alpha + c \right]$$

$$h^{n+1} = s^{n+1}. \cos \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \alpha + c \right] = \frac{(g + t^{n+1})}{\sin \alpha} \cdot \cos \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \alpha + c \right] \cdot \cos \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \alpha + c \right]$$

Da die Grössen $h'' = H''$, $h''' = H'''$ etc. immer kleiner werden: so ist zu wissen nöthig, welchem Keil $h^{n+1} = 0$ oder kein Gegendruck entspricht.

Weil auch $s^{n+1} = \frac{(g + t^{n+1})}{\sin \alpha} \cdot \cos \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \alpha + c \right] = 0$ seyn muss, wenn $h^{n+1} = 0$ ist: so hat man $\cos \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \alpha + c \right] = 0$ oder $\left(n + \frac{1}{2} \right) \alpha + c = 90$ zu setzen, folglich findet $h^{n+1} = 0$ bei dem $(n + 1)^{\text{ten}}$ oder $\left(\frac{90 - c}{\alpha} \right)^{\text{ten}}$

Keile statt.

Ist $c = 30$ und $\alpha = 1$, so wird $n = 59\frac{1}{2}$ und $n - \frac{1}{2} = 59$. Hat die Gewölbhälfte nicht 59 ganze Keile oder Grade oder allgemein nicht $(n-1)$ Keile oder $(n - \frac{1}{2}) \alpha$ Grade, sondern nur $(m - \frac{1}{2})$ Keile oder $(m - \frac{1}{2}) \alpha$ Grade: so wird $H^n = H^m$, und $h^{n+1} = h^{m+1}$ muss $= 0$ gesetzt werden, weil der Polsterstein der Widerlage, auf welchem der unterste Keil des Gewölbes ruht, als mit der Widerlage fest verbunden, keinen horizontalen Gegendruck ausüben kann.

Es mag also die Gewölbhälfte mehr oder weniger als $(n - \frac{1}{2})$ Keile haben, so muss doch in beiden Fällen $h^{n+1} = 0$ und $\S = H' - h'' + H'' - h''' + H''' \text{ etc.} - h^n + H^n$ gesetzt werden.

§. 15.

Ist $H' - h''$ negativ, folglich nach der Rechten wirkend: so hebt dieser Druck gegen den gleichen Gegendruck von der rechtseitigen Gewölbhälfte sich auf, und es wird $\S = H' - h''' + H''' \text{ etc.} - h^n + H^n$, mithin, da $h''' = H''' \text{ etc.}$ und $h^n = H^n$, wie die Werthe dieser Grössen §. 14. zeigen, also $- h''' + H''' = 0 \text{ etc.}$, und $- h^n + H^n = 0$ ist,

$$\S = H' = \frac{(g + t'')}{\sin \alpha} \cdot \cos \left(\frac{\alpha}{2} + c \right) \cdot \cos \left(\frac{3}{2} \alpha + c \right),$$

sohin positiv und nach der Linken oder auf die linkseitige Widerlage wirkend, auch gleichgross, das Gewölbe mag viel oder wenig Grade haben.

Der nämliche Horizontaldruck ergibt sich von der rechtseitigen Gewölbhälfte, nach der Rechten oder auf die rechtseitige Widerlage wirkend.

Da die Grösse des Horizontaldruckes von der Zahl der Grade der einen Gewölbhälfte nicht abhängt: so folgt, dass sie auch für den Fall, wenn der rechtseitige Gewölbtheil mehr oder weniger Grade als der linkseitige hat, unverändert bleibt.

§. 16.

Ist aber $H' - h''$ positiv, also nach der Linken wirkend, so ist §. 14, weil $- h'' + H'' = 0$, $- h''' + H''' = 0 \text{ etc.}$ und $- h^n + H^n = 0$ ist,

$$\S = H' = \frac{1}{2} (g + t') \cdot \cot \left(\frac{\alpha}{2} + c \right),$$

mithin positiv und auf die linkseitige Widerlage wirkend, auch gleich gross, wie viel Grade das Gewölbe auch haben mag.

Der nämliche Horizontaldruck geht von der rechtseitigen Gewölbhälfte nach der rechtseitigen Widerlage aus.

Die hinsichtlich eines aus ungleichen Theilen bestehenden Gewölbes §. 15 gemachte Bemerkung gilt auch hier.

§. 17.

Wäre der Schlusskeil $1\beta\beta'1^0$, welcher bisher so gross als jeder der übrigen Keile angenommen ist, m Mal grösser als jeder der übrigen: so würde im ersten Falle §. 15. $t'' = T''$ und

$$\S = \frac{(g + T'')}{\sin \alpha} \cdot \cos \left(\frac{m}{2} \alpha + c \right) \cdot \cos \left[\left(1 + \frac{m}{2} \right) \alpha + c \right]$$

und zwar desto kleiner, je grösser m als 1 ist; es mag der ganze Gewölbbogen nackt also $T'' = 0$ oder horizontal übermauert seyn, wie im §. 33. näher bewiesen werden wird.

§. 18.

Im zweiten Falle §. 16. würde unter der vorigen Voraussetzung $g = m. g$, $t' = T'$ und

$$\S = \frac{1}{2} (m. g + T') \cot. \left(\frac{m}{2} \alpha + c \right)$$

und zwar desto kleiner, je grösser m als 1 ist; es mag der ganze Gewölbbogen nackt also $T' = 0$ oder horizontal übermauert seyn, wie im §. 33. näher gezeigt werden wird.

III. K a p i t e l.

Vom Vertikaldruck eines Tonnengewölbes.

§. 19.

Da nach §. 12. jeder Gewölbkeil einen bestimmten Vertikaldruck ausübt: so fragt sich, welchen Vertikaldruck alle Keile auf jede Widerlage hervorbringen.

Begreiflich muss dieser Vertikaldruck der Schwere der einen Gewölbhälfte gleich seyn. Dieses Resultat bestätigt auch nachstehende Untersuchung.

Besteht das ganze Gewölb aus $2n - 1$ Keilen, und bezeichnet $\mathfrak{B}$ den Vertikaldruck der linkseitigen Gewölbhälfte, so ist

$$\mathfrak{B} = V' - v'' + V'' \text{ etc.} - v^n + V^n = V' + V'' + \text{etc.} + V^n - (v'' + \text{etc.} + v^n)$$

Nun ist $V' = S' \sin \left(\frac{\alpha}{2} + c \right) = (g + t') \cdot \frac{\sin \left(\frac{\alpha}{2} + c \right)}{2 \cdot \sin \left(\frac{\alpha}{2} + c \right)} = \frac{g + t'}{2}$

$$v'' = s'' \cdot \sin \left(\frac{\alpha}{2} + c \right) = \frac{g + t''}{\sin \alpha} \cdot \cos \left(\frac{3}{2} \alpha + c \right) \sin \left(\frac{\alpha}{2} + c \right)$$

$$V'' = S'' \sin \left(\frac{3}{2} \alpha + c \right) = \frac{(g + t'')}{\sin \alpha} \cos \left(\frac{\alpha}{2} + c \right) \sin \left(\frac{3}{2} \alpha + c \right)$$

etc.

$$v^n = s^n \sin \left[\left(n - \frac{3}{2} \right) \alpha + c \right] = \frac{(g + t^n)}{\sin \alpha} \cdot \cos \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \alpha + c \right] \sin \left[\left(n - \frac{3}{2} \right) \alpha + c \right]$$

$$V^n = S^n \sin \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \alpha + c \right] = \frac{(g + t^n)}{\sin \alpha} \cdot \cos \left[\left(n - \frac{3}{2} \right) \alpha + c \right] \sin \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \alpha + c \right]$$

ferner, wie in der Trigonometrie bewiesen ist:

$$\sin (\alpha - b) = \cos b \cdot \sin \alpha - \cos \alpha \cdot \sin b,$$

folglich $V'' - v'' = \frac{(g + t'')}{\sin \alpha} \cdot \sin \left[\left(\frac{3}{2} \alpha + c \right) - \left(\frac{\alpha}{2} + c \right) \right] = \frac{(g + t'')}{\sin \alpha} \cdot \sin \alpha = g + t''$

etc.

$$V^n - v^n = g + t^n \text{ und}$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{B} &= V' - v'' + V'' \text{ etc.} - v^n + V^n = \frac{g + t'}{2} + g + t'' \text{ etc.} + g + t^n \\ &= \left(n - \frac{1}{2} \right) g + \frac{t'}{2} + t'' \text{ etc.} + t^n \end{aligned}$$

mithin gleich dem Gewicht der Gewölbhälfte.

IV. K a p i t e l.

Vom möglich grössten Horizontaldruck eines Tonnengewölbes.

§. 20.

Wenn ein Gewölbe aus einer gewissen Anzahl gleich grosser Keile mit Ausnahme des Schlusskeiles besteht, so hat es einen bestimmten Horizontaldruck. Es bietet sich nun die Frage dar, welchen Einfluss die Zahl der Gewölbkeile auf die Grösse des Horizontaldruckes habe, und unter welcher Bedingung das Maximum des Horizontaldruckes statt finde.

Da im Verfolge gezeigt werden wird, dass gleich dicke und nackte Gewölbe eine grössere negative Ueberwucht (§. 10.) haben, als wenn sie mit einer Stirnmauer belastet sind, oder als übermauerte Gewölbe, folglich letztere bei ihrer Ausrüstung, wo sie entweder nur zum Theil oder gar nicht übermauert sind, eine grössere negative Ueberwucht äussern, als nach Vollendung ihrer Uebermauerung, und die Stärke ihrer Widerlagen nach der negativen Ueberwucht zur Zeit der Ausrüstung berechnet werden muss: so ist die Beantwortung der Frage hauptsächlich für gleich dicke Gewölbe nothwendig, für welche die Grössen t' und t'' wegfallen.

§. 21.

Im Falle $H' - h''$ negativ ist, ist der Horizontaldruck allgemein und unabhängig von der Anzahl Grade, welche das Gewölb hat,

$$\S = H'' = \cos \left(\frac{\alpha}{m} + c \right) \cos \left[\left(\frac{m+1}{m} \right) \alpha + c \right] \frac{g}{\sin \alpha}$$

wenn $\frac{\alpha}{m}$ die Grade des halben Schlusskeiles und

α die Grade jedes andern Keiles bezeichnet.

Es fragt sich nun, bei welchen Werthen von m und α der Horizontaldruck am grössten wird.

Es ist bekannt, dass die Cosinus desto grösser werden, je kleiner die Winkel sind; folglich wird der Horizontaldruck bei gleichem Werthe von α am grössten, wenn $m = \infty$ ist.

Sucht man für $m = \infty$ das Maximum von $\S$, so findet sich dieses bei $\alpha = 0$. Setzt man diesen Werth von α in den Ausdruck für $\S$, so wird dieser unbestimmt, weil $g = 0$ und $\sin \alpha$ gleichfalls $= 0$ wird.

Um eine bestimmte Grösse für $\mathfrak{H}$ zu erhalten, muss man das Differenzial von g und von $\sin \alpha$ für g und $\sin \alpha$ substituiren.

Nun sey α' der den Winkel α entsprechende Bogen für den Halbmesser $= 1$, und $g' = \frac{\pi \delta}{180} \left(r + \frac{\delta}{2} \right) = 0.01745. \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$ die dem Winkel $= 1^\circ$ entsprechende Keilsfläche, so ist $g = \frac{\pi}{181} \cdot \alpha \cdot \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) = \alpha' \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) =$

$0.01745. \alpha \cdot \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) = \alpha g'$, ein Werth, welcher sich ergibt, wenn man Fig. VI. den Ausschnitt $\gamma c \beta$ von dem Ausschnitt $2. c 1$ abzieht, oder wenn man den mittlern Bogen zwischen $\gamma \beta$ und $2. 1$ mit δ multipliziert.

Es ist daher $dg = \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) d\alpha'$.

Ferner ist $d. \sin \alpha = \cos \alpha. d \alpha'$.

Setzt man nun die gefundenen Differenziale von g und $\sin \alpha$ für letztere in die Gleichung für $\mathfrak{H}$, so ergibt sich das Maximum

$$\mathfrak{H} = \frac{180}{\pi} \cos^2 c. g' = 57.3. \cos^2 c. g' = \cos^2 c. \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right),$$

wenn g' einen 1° haltenden Keil bedeutet.

Der grösste Horizontaldruck findet, wie bewiesen ist, statt, wenn das Gewölbe unendlich schmale, also unendlich viele Keile hat, und derselbe erhält einen desto grössern Werth, je grösser r und δ und je kleiner c ist. Für $c = 0$ wird $\mathfrak{H} = \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$ — ein gewiss sehr einfacher und bemerkungswerther Ausdruck.

Für $c = 30^\circ$ wird das Maximum von $\mathfrak{H} = 42.97 g' = 43 g' = 0.75 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$

Für $c = 0$ wird dasselbe $\mathfrak{H} = 57.30 g' = \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$

Für $c = 30^\circ$, $m = \infty$ und $\alpha = \frac{1}{4}^\circ$ wird $\mathfrak{H} = 42.82 g'$

Für $c = 30^\circ$, $m = 2$ und $\alpha = \frac{1}{4}^\circ$ wird $\mathfrak{H} = 42.75 g'$

Für $c = 30^\circ$, $m = \infty$ und $\alpha = 1^\circ$ wird $\mathfrak{H} = 42.51 g'$

Für $c = 30^\circ$, $m = 2$ und $\alpha = \frac{3}{4}^\circ$ wird $\mathfrak{H} = 42.27 g'$

Für $c = 30^\circ$, $m = 2$ und $\alpha = 1^\circ$ wird $\mathfrak{H} = 42.09 g'$

Für $c = 30^\circ$, $m = 1$ und $\alpha = 1^\circ$ wird $\mathfrak{H} = 41.65 \text{ g'}$

Für $c = 30^\circ$, $m = 2$ und $\alpha = 2^\circ$ wird $\mathfrak{H} = 41.14 \text{ g'}$

Für $c = 30^\circ$, $m = 1$ und $\alpha = 2^\circ$ wird $\mathfrak{H} = 40.28 \text{ g'}$

Für $c = 40^\circ$, $m = \infty$ und $\alpha = 1^\circ$ wird $\mathfrak{H} = 33.12 \text{ g'}$

Für $c = 20^\circ$, $m = \infty$ und $\alpha = 1^\circ$ wird $\mathfrak{H} = 50.25 \text{ g'}$

Für $c = 0$, $m = 2$ und $\alpha = 1^\circ$ wird $\mathfrak{H} = 57.29 \text{ g'}$.

Hieraus ergibt sich die Bemerkung, dass der Horizontaldruck eines Gewölbes desto grösser ist, je schmaler der Schlusskeil und jeder der übrigen Keile und je kleiner der Reibungswinkel c , je grösser aber der Radius r und die Keildicke δ ist.

Da der Horizontaldruck sich vergrössert, wenn α kleiner wird: so erhellet, dass Gewölbe aus Backsteinen einen grössern Horizontaldruck als aus Quadern ausüben, wenn die Dicke δ unverändert bleibt.

§. 22.

Im Falle $H' - h''$ positiv ist, ist allgemein und unabhängig von der Gradzahl, welche das Gewölbe hat, der Horizontaldruck

$$\begin{aligned}\mathfrak{H} = H' &= \frac{g}{m} \cot. \left(\frac{\alpha}{m} + c \right) = \frac{\alpha'}{m} \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \cot. \left(\frac{\alpha}{m} + c \right) \\ &= 57.3 \text{ g'}. \frac{\alpha'}{m} \cot. \left(\frac{\alpha}{m} + c \right),\end{aligned}$$

indem α' den Bogen im Längenmaass für den Halbmesser $= 1$ bedeutet.

Das Maximum von $\mathfrak{H}$ ergibt sich, wenn $\sin \left(2 \frac{\alpha}{m} + 2c \right) = 2 \frac{\alpha'}{m}$ wird.

Ist $c = 30$, so findet das Maximum von $\mathfrak{H}$ statt, wenn für den halben Schlusskeil $\frac{\alpha}{m} = 26^\circ 26'$ und für den ganzen Schlusskeil $2 \frac{\alpha}{m} = 52^\circ 52'$ wird.

In diesem Falle ist $\mathfrak{H} = 0.305 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) = 17.5 \text{ g'}$.

Ist $c = 0$, so wird das Maximum von $\mathfrak{H} = 57.3 \text{ g'} = \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$, wenn nämlich $\frac{\alpha}{m} = 0$ ist.

§. 23.

Aus den Werthen von H' und h'' ergibt sich, dass $H' - h''$ für $c > 0$ nicht positiv, sondern negativ wird; folglich $\delta = 57.3 \cos^2 c \cdot g'$ angenommen werden muss, wie viel Grade das Gewölbe auch haben mag; denn es ist

$$H' = \frac{1}{2} g \cdot \cot \left(\frac{\alpha}{2} + c \right) = \frac{g \cdot \sin \alpha \cdot \cos \left(\frac{\alpha}{2} + c \right)}{2 \cdot \sin \alpha \cdot \sin \left(\frac{\alpha}{2} + c \right)} \text{ und } h'' = \frac{g \cdot \cos \left(\frac{3}{2} \alpha + c \right)}{\sin \alpha} \times \cos \left(\frac{\alpha}{2} + c \right)$$

also $\frac{\sin \alpha}{2 \cdot \sin \left(\frac{\alpha}{2} + c \right)} - \cos \left(\frac{3}{2} \alpha + c \right)$ negativ, wenn man $c > 0$ und α klein annimmt.

Z. B. für $c = 30$ und $\alpha = 1$ wird $0.017 - 0.852$ sohin negativ

$c = \frac{1}{2}$ und $\alpha = 1$ wird $0.500 - 0.999$ » »

$c = \frac{1}{2}$ und $\alpha = 10$ wird $0.910 - 0.960$ » »

$c = 30$ und $\alpha = 2$ wird $0.030 - 0.830$ » »

§. 24.

Ist $c = 0$, so wird $\delta = 57.3 g' = \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$, es mag $H' - h''$ negativ oder positiv seyn.

§. 25.

Es dürfte nicht uninteressant seyn, die nach meiner Theorie für den Horizontaldruck gefundenen Werthe mit denen nach einigen andern Methoden sich ergebenden zu vergleichen, woraus die Bemerkung folgen wird, dass die erstern letztere an Grösse übertreffen.

§. 26.

Man stelle sich Figur VII. ein gleich dickes Gewölbe in zwei gleiche Theile gespalten, also mit drei losen Fugen, nämlich im Scheitel und an den Widerlagen vor.

Der Schwerpunkt O der gleich dicken Gewölbhälfte Ae von ϕ Graden liege in der lothrechten Linie TU .

Zieht man aus der Mitte e' der Linie $A\alpha$ die Horizontale $e'T$, aus T nach der Mitte X der Fuge $e\pi$ die Linie TX und von X die Horizontale XU , so bezeichnete TU die Schwere $\mathfrak{B}$ des halben Gewölbes, und $UX = TW$ seinen Horizontaldruck δ in X , wenn TX auf $e\pi$ perpendicular wäre, und die Reibung unbeachtet bliebe.

Setzt man $c\epsilon = r$, $\epsilon\pi = \delta$ und den Bogen $\alpha\epsilon = \varphi'$ für den Halbmesser $= 1$, so ist $TU:UX = \mathfrak{B}:\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{H} = \mathfrak{B} \cdot \frac{UX}{TU}$.

Nun ist $\mathfrak{B} = 57.3 \varphi' g'$, wenn g' die Fläche eines einen Grad haltenden Keiles bezeichnet, oder $\mathfrak{B} = \varphi' \cdot \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$, welcher Ausdruck sich ergibt, man mag den mittlern Bogen $\varphi' \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$ mit der Dicke δ multiplizieren oder den Sector $Ac\pi$ von dem Sector $\alpha c\epsilon$ abziehen; denn es ist $\frac{\varphi'}{2}[(r + \delta)^2 - r^2] = \varphi' \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$.

Mithin wird $\mathfrak{H} = \varphi' \cdot \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \cdot \frac{UX}{TU}$.

Da ferner der Schwerpunkt O des halben Gewölbes in dem nach seiner Mitte gezogenen Halbmesser und von c um $cO = \frac{2}{\varphi'} \sin \frac{\varphi}{2} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$ entfernt liegt, folglich $\alpha'O = zU = \frac{2}{\varphi'} \sin^2 \frac{\varphi}{2} \left(r + \frac{\delta}{2}\right) = \frac{(1 - \cos \varphi)}{\varphi'} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$; $zX = \sin \varphi \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$, und

$$UX = zX - zU = \frac{[\varphi' \sin \varphi - 1 + \cos \varphi]}{\varphi'} \left(r + \frac{\delta}{2}\right), \text{ endlich}$$

$$TU = e'z = e'c - zc = (1 - \cos \varphi) \left(r + \frac{\delta}{2}\right); \text{ so wird}$$

$$\mathfrak{H} = \frac{[\varphi' \sin \varphi - 1]}{1 - \cos \varphi} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right) = 57.3 g' \frac{[\varphi' \sin \varphi - 1]}{1 - \cos \varphi}.$$

Sucht man durch Differenzirung das Maximum von $\mathfrak{H}$, so erhält man $\sin \varphi = \varphi'$ also $\varphi = 0$. Setzt man diesen Werth von φ in den Ausdruck von $\mathfrak{H}$, so wird er unbestimmt. Man muss daher in demselben die Differenziale von $\varphi' \sin \varphi$ und $(1 - \cos \varphi)$ anstatt diesen Grössen setzen. Diese Operation gibt

$\mathfrak{H} = \frac{\varphi'}{\text{tg. } \varphi} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$, welcher neue Werth wieder unbestimmt ist, wenn man $\varphi = 0$ setzt. Man muss desswegen darin wieder die Differenziale von φ' und $\text{tg. } \varphi$ anstatt diesen Grössen setzen. Dieses gibt endlich $\mathfrak{H} = \cos^2 \varphi \cdot \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right) = \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right) = 57.3 g'$, wenn man $\varphi = 0$ setzt.

Es ist also der Horizontaldruck im Scheitel des Gewölbes oder bei $\varphi = 0$ am grössten, und wird desto kleiner, je grösser das Gewölbe oder φ wird.

Es ist nämlich

$$\mathfrak{H} = 0.99 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) = 56.72 \text{ g' für } \varphi = 20$$

$$\mathfrak{H} = 0.95 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) = 54.43 \text{ g' » } \varphi = 30$$

$$\mathfrak{H} = 0.89 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) = 50.99 \text{ g' » } \varphi = 45$$

$$\mathfrak{H} = 0.57 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) = 32.66 \text{ g' » } \varphi = 90$$

Auf diese Weise würde der Horizontaldruck eines jeden gleich dicken Gewölbes kleiner als $\delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) = 57.3 \text{ g'}$ nach meiner Theorie sich ergeben, so lange $2 \varphi > 0$ ist.

Da aber $\text{tg. TXU} = \frac{\text{TU}}{\text{UX}} = \frac{\varphi' (1 - \cos \varphi)}{\varphi' \sin \varphi - (1 - \cos \varphi)}$ und $\text{UXc} = 90 - \varphi$, so wird, wenn $\text{TXc} = \text{TXU} + \text{UXc} = \lambda$ ist, $\lambda = 89^\circ 58'$ für $\varphi = 10^\circ$ und $\lambda = 70^\circ 2'$ für $\varphi = 90^\circ$, folglich TX nicht perpendicular auf der Fuge $\epsilon\pi$, und die Kraft TX wäre in eine auf dieser Fuge perpendicular und in eine mit ihr parallele Kraft zu zerlegen, sodann erst diese perpendicular in eine horizontale und in eine vertikale aufzulösen, deren erstere mithin noch kleiner würde, als die bereits angegebene; folglich würde der so berichtigte Werth von $\mathfrak{H}$ noch viel kleiner als $\mathfrak{H} = 57.3 \text{ g'}$.

Brächte man noch die Reibung und zwar $c = 30$ in Anschlag, so würde $\mathfrak{H}$ noch viel kleiner als nach meiner Theorie für $c = 30$.

§. 27.

Denkt man sich in α und π offene Fugen, so dass die rechtseitige Hälfte des gleich dicken Gewölbes in A und ϵ ihre Stützpunkte erhält, und den Schwerpunkt dieser Gewölbhälfte in der lothrechten Linie T'U', zieht man ferner von A die Horizontale AT' und von T' die Linie T' ϵ , und macht T'U' = TU, so bezeichnet T'U' die Schwere des halben Gewölbes und die Horizontale U'X' seinen Horizontaldruck. Aus der Figur VII. sieht man schon, dass in diesem Falle U'X' kleiner als UX ist; folglich $\mathfrak{H}$ nach dieser Theorie der Streben noch kleiner als nach der vorhergehenden §. 26. wird.

§. 28.

Denkt man sich das ganze gleich dicke Gewölbe aus drei Stücken bestehend, nämlich aus einem Schlussstein $\beta 1 1\beta'$ und aus den zwei anliegenden Seitenstücken, oder denkt man sich alle Gewölbkeile mit Ausnahme des im Schlusse unter sich durch festen Mörtel verbunden, und nimmt man den Reibungswinkel

c zu 30 , den Zentralwinkel des ganzen Schlusssteins zu α und die Stirnfläche eines einen Grad haltenden Keiles zu g' an, so ist der Horizontaldruck db oder

$$H = \frac{\alpha}{2} g' \cot. \left(\frac{\alpha}{2} + 30 \right).$$

Sucht man mittels Differenzirung das Maximum von $\mathfrak{H}$, so erhält man die Gleichung $\alpha' = \sin (\alpha + 60)$; folglich $\alpha = 52^\circ 52'$ für dieses Maximum, und dieses wird $\mathfrak{H} = 17.54 g'$, mithin wieder kleiner als nach meiner Theorie. Dieser Werth von $\mathfrak{H}$ wurde schon §. 22. gefunden.

Wird der Reibungswinkel $c = 0$ gesetzt, so findet das Maximum $\mathfrak{H} = 57.3 g'$ für $\alpha = 0$ statt, wie auf andere Weise §. 24. schon gefunden worden ist.

§. 29.

Noch übriget zu untersuchen, wie gross der Horizontaldruck eines horizontal übermauerten, gleich dicken Bogens oder eines Brückengewölbes sich ergibt, wenn man, wie in §. 28., das Gewölbe aus drei Theilen, aus einem Schlussstein $\beta_1 HH' 1^\circ \beta'$ und aus den zwei anliegenden Seitenstücken bestehend, die Schwerkraft des Schlusssteins nach der §. 28. angegebenen Art zerlegt sich vorstellt, und die Reibung nicht berücksichtigt.

Es sey $ce = r$, $\epsilon\pi = A\alpha = \delta$, $GA = d$, $\beta c \beta' = \alpha$ und α' sey dieser Bogen im Längenmaasse für den Halbmesser $= 1$, so ist die Fläche des halben Schlusssteins

$$F = \frac{1}{2} (g + t') = (d + \delta + r) (r + \delta) \sin \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{4} (r + \delta)^2 \sin \alpha - \frac{\alpha'}{4} \cdot r^2 \text{ und}$$

der Horizontaldruck des Schlusssteins $\mathfrak{H} = F \cdot \cot. \frac{\alpha}{2}$.

Sucht man das Maximum von $\mathfrak{H}$, so erhält man

$$\mathfrak{H} = d (r + \delta) + \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \text{ für } \alpha = 0.$$

Vergleichen wir diesen Ausdruck mit dem für gleich dicke Bögen gefundenen $\mathfrak{H} = \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$, so sehen wir, dass der grösste Horizontaldruck eines horizontal übermauerten, gleich dicken Bogens um $d (r + \delta)$ grösser als der eines gleich dicken Bogens ist.

Da nun das Maximum von $\mathfrak{H}$ im Scheitel eines Brückengewölbes oder bei $\alpha = 0$ statt findet: so folgt, dass der Horizontaldruck eines solchen Gewölbes desto kleiner ist, je breiter der Schlussstein oder das mittlere Gewölbstück angenommen wird, folglich jederzeit kleiner als der §. 16. für $c = 0$ sich ergebende $\mathfrak{H} = \frac{1}{2} (g + t') \cot. \frac{\alpha}{2} = F \cdot \cot. \frac{\alpha}{2}$, wenn ein kleiner Werth z. B. 1° oder gar ein unendlich kleiner Werth für α gesetzt wird.

Berechnete man das Maximum von $\mathfrak{H}$ mit Rücksicht auf die Reibung, indem man $\mathfrak{H} = F \cot. \left(\frac{\alpha}{2} + c \right)$ setzt: so würde es eine Funktion von d , δ und r . Nimmt man $d = 0$, $r + \delta = r$ also δ im Verhältnisse zu r sehr klein an, wie es auch in der Regel ist: so ergibt sich das Maximum von $\mathfrak{H}$ nahe bei $\alpha = 52^\circ$, und die Folgerung, dass, da Brückenbögen viel mehr als 52° zu haben pflegen, ihr Horizontaldruck an den Widerlagen viel kleiner als dieses Maximum sey. Dieses ist nahe $H = 0.2952. d (r + \delta) + 0.3248. \delta (r + \frac{\delta}{2}) + 0.000001. r^2$ für $\alpha = 52^\circ$, während $\mathfrak{H} = 0.0147. d (r + \delta) + 0.0147. \delta (r + \frac{\delta}{2})$ für $\alpha = 1^\circ$ ist.

Aus diesen Untersuchungen erhellet nun, dass der grösste Horizontaldruck eines gleich dicken Bogens, er mag nackt oder horizontal übermauert seyn, meiner Theorie angehört.

V. K a p i t e l.

Vom Werthe des Keilwinkels.

§. 30.

Im vorigen Kapitel §. 21. wurde gezeigt, dass für $c = 30^\circ$ das Maximum von $\mathfrak{H} = 42^\circ. 97g'$ wird, wenn man unendlich schmale Keile oder den Keilwinkel $\alpha = 0$ annimmt; der Horizontaldruck aber $\mathfrak{H} = 42. 09g'$ wird, wenn man den Keilwinkel $\alpha = 1^\circ$ setzt, folglich vom Maximum sehr wenig verschieden ist. Auch die andern Werthe des Horizontaldrucks für $c = 30^\circ$, welche §. 21. angegeben sind, weichen vom Maximum unbedeutend ab.

Man kann daher bei Berechnung der Momente der Horizontal- und Vertikal-Pressungen eines Gewölbes füglich $\alpha = 1^\circ$ annehmen. Welche untere Keilbreite $\beta'\beta = \beta\gamma = \gamma\delta$ etc. $= b$ dem Winkel $\alpha = 1^\circ$ entspricht, zeigt nachstehende Zusammenstellung:

$b = 0. 043'$ für $r = 2\frac{1}{2}'$		$b = 0. 696'$ für $r = 40'$
$b = 0. 086'$ » $r = 5'$		$b = 1. 392'$ » $r = 80'$
$b = 0. 174'$ » $r = 10'$		$b = 2. 784'$ » $r = 160'$
$b = 0. 348'$ » $r = 20'$		$b = 5. 568'$ » $r = 320'$

Nimmt man in der Ausübung diese Keilbreite grösser als die berechnete an, so wird der Horizontaldruck kleiner als für $\alpha = 1^\circ$ und die Stabilität des Gewölbes wird etwas grösser, wenn die Widerlagen nach $\alpha = 1^\circ$ berechnet werden. Es sey z. B. für ein nacktes Gewölb $r = 2\frac{1}{2}'$, $b = \frac{1}{4}'$, $\alpha = 5^\circ 49'$, und $c = 30^\circ$, so wird sein Horizontaldruck $\mathfrak{H}' = H'' = 37.49g'$, folglich, da für $r = 2\frac{1}{2}'$, $b = 0.043'$, $\alpha = 1^\circ$ und $c = 30^\circ$ $\mathfrak{H} = H'' = 42.09g'$ ist, $\mathfrak{H}' = 0.89 \mathfrak{H}$ oder um 0.11 kleiner als letzteres $\mathfrak{H}$.

VI. K a p i t e l.

Vom Werthe des Reibungswinkels.

§. 31.

Nach Rondelet (l'art. de batir T. III. 1808) ist der Reibungswinkel $c = 30^\circ$ oder der Reibungs-Coeffizient $= 0.5773 = \operatorname{tg}. 30^\circ$ für Gewölbesteine auf Gewölbsteinen.

Bei Ausrüstung der Gewölbe, wobei der Mörtel noch ziemlich frisch ist, ist der Reibungs-Coeffizient $= 0.6 = \operatorname{tg}. 30^\circ 58'$, folglich $c = 30^\circ 58'$.

Nach Amonton ist der Reibungs-Coeffizient der Backsteine auf Backsteinen $= 0.75 = \operatorname{tg}. 36^\circ 52'$, mithin $c = 36^\circ 52'$.

Nach Boistard (Recueil d'experiences et d'observations sur le Pont de Nemours) ist der Reibungs-Coeffizient der Gewölbesteine $= 0.76 = \operatorname{tg}. 37^\circ 15'$; sohin $c = 37^\circ 15'$; was auch meine Versuche bestätigten.

Nach Perronet ist der Reibungs-Coeffizient behauener Steine $= 0.8391 = \operatorname{tg}. 40^\circ$; also $c = 40^\circ$.

Die Sicherheit der Gewölbe erfordert, dass man in einer Gewölb-Theorie den Reibungswinkel der Keile nicht zu gross annehme. Aus diesem Grunde kann $c = 30^\circ$ gesetzt werden.

VII. K a p i t e l.

Von der Stirnfläche eines Keils und der auf jeden Keil ruhenden Stirnmauer.

§. 32.

Die Stirnfläche eines 1° haltenden Keils von der Höhe δ und für den innern Halbmesser r wurde bereits §. 21. zu $g' = 0.01745. \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$ angegeben, indem der Keil oben und unten kreisförmig angenommen wird. Allein der nämliche Werth ergibt sich, wenn man ihn durch Sehnen begrenzt sich denkt.

Hat aber ein Keil α° , so ist seine Stirnfläche
 $g = \alpha. g' = 0.01745. \alpha. \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right) = \alpha'. \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right).$

Die Fläche des halben Schlusskeiles und der auf ihm ruhenden Stirnmauer $A1HGA$ der Figur VI. wurde bereits §. 29. zu

$F = \frac{1}{2}(g + t) = [d + \delta + r] (r + \delta) \sin \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{4} (r + \delta)^2 \sin \alpha - \frac{\alpha'}{4} r^2$
 angegeben, indem der dem ganzen Schlusskeile entsprechende Winkel zu α angenommen und sein Bogen für den Halbmesser $= 1$ mit α' bezeichnet ist.

Letztere Formel ist allgemein, und drückt auch die Fläche $GI_2\gamma\beta\alpha G = F'$, $GK_3\delta\gamma\beta\alpha G = F''$ etc. aus, wenn man $\frac{3}{2}\alpha$, $\frac{5}{2}\alpha$ etc. für $\frac{\alpha}{2}$, 3α , 5α etc. für α , und $3\alpha'$, $5\alpha'$ etc. für α' setzt, so dass $F' - F = g + t'$, $F'' - F' = g + t''$ etc. wird.

Bezeichnet man aber den auf dem halben Schlusskeile ruhenden Theil $AB1A$ der Stirnmauer mit f und den andern Theil $GHBA G$ mit h , den auf dem zweiten Keile ruhenden Theil $BC21B$ der Stirnmauer mit f' und den andern Theil $HICB H$ mit h' etc., so ist $F - \frac{g}{2} - h = f$,

$$\begin{aligned} F' - F - g - h' &= f', \\ F'' - F' - g - h'' &= f'' \end{aligned}$$

etc.

und f, f', f'' etc. gegeben, weil

$$h = d (r + \delta) \sin \frac{\alpha}{2},$$

$$h' = d (r + \delta) \left(\sin \frac{3}{2} \alpha - \sin \frac{\alpha}{2} \right),$$

$$h'' = d (r + \delta) \left(\sin \frac{5}{2} \alpha - \sin \frac{3}{2} \alpha \right)$$

etc.

ist.

Auf diese Weise erhält man $AB1A = f = (r + \delta)^2 \left[\sin \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{4} \sin \alpha - \frac{\alpha'}{4} \right]$.

Setzt man darin $\frac{3}{2} \alpha$ für $\frac{\alpha}{2}$ so wird $AC21A = f + f' = \varphi$ unmittelbar gefunden, und hiemit $f' = f + f' - f = \varphi - f$ bestimmt.

Setzt man $\frac{5}{2} \alpha$ für $\frac{\alpha}{2}$, so wird $AD321A = f + f' + f'' = \varphi'$ und $f'' = \varphi' - \varphi$, etc.

Die für f angegebene Formel ergibt sich auch aus der für F auf andere Weise. Setzt man nämlich in letzterer $d = 0$ und $\delta = 0$, so wird $F = r^2 \left[\sin \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{4} \sin \alpha - \frac{\alpha'}{4} \right] = aH\beta\alpha$, und setzt man in dieser neuen Formel $r + \delta$ für r , so wird

$$F = (r + \delta)^2 \left[\sin \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{4} \sin \alpha - \frac{\alpha'}{4} \right] = AB1A = f,$$

wie sie schon gefunden wurde.

In der anliegenden Tabelle I. sind die Werthe von f, f', f'' etc. bis zum 60^{sten} Keil für $\alpha = 1^\circ$, die übrigen Werthe aber bis zum 91^{sten} Keil in der Tabelle X., und in der Tabelle II. die Werthe von h, h', h'' etc. gleichfalls bis zum 60^{sten} Keil für $\alpha = 1$, die übrigen aber bis zum 91^{sten} Keil in der Tabelle XV. berechnet.

Da bei Bestimmung der Widerlagen-Breite für Brückengewölbe auch die Trottoirs, Brustmauern oder Geländer etc. in Anschlag kommen, so denke man sich diese Lasten über die ganze Brücke gleichmässig vertheilt, und diese noch mit Menschen dicht angefüllt. Denkt man sich anstatt dieser Last eine Mauer von der Breite und Länge der Brücke, von der Höhe $AG = d$ und von gleichem specifischen Gewichte, wie das Gewölbe, und nimmt man diese Mauer nur zu 1 Fuss Länge (nach der Brückenbreite) an: so entspricht jedem Quadratfuss der Stirnfläche der Mauer ein Kubikfuss von ihrer Masse.

Der Werth von d kann in Uebereinstimmung mit den Herrn Rösling hinlänglich genau zu 1. 8 Fuss inclus. 0. 5 für die Last der Menschen angenommen werden, wenn man d für jeden einzelnen Fall nicht genauer berechnen will. Bei Gewölben für Casematten, welche durch eine 1 bis 3 Zoll dicke Lage von Loriotsmörtel oder von Erdpech und Mineralmastik über das Gewölbe besser gegen die Feuchtigkeit, als durch Kappen geschützt werden, liegt der Schluss gewöhnlich 3 Fuss unter dem Erdgrund, und, wenn der Kubikfuss feste Erde zu 0. 8 der Gewölbmasse angenommen wird, ist $d = 3 \times 0. 8 = 2. 4$. Eben so muss d für Brückenkanäle (Aquaeducte) besonders berechnet werden.

Da es auch Gewölbe gibt, deren Oberfläche nicht horizontal, sondern wie Fig. XXIV. kappenförmig ist, z. B. bombenfeste Gewölbe für Pulvermagazine (welche nach Vauban einen Halbkreis von 25 Fuss, 3 Fuss Dicke, eine Höhe dq von 6 Fuss und einen Winkel hdq von $46^\circ 8'$ haben), so wollen wir auch die

Flächen $qdfpq$ et $qdmopq$ näher bestimmen. Es sey $dg = l$, $gh = b$, $qcp = \frac{\alpha}{2}$, $pco = \alpha$, $ac = r$, $qa = \delta$, so ist

$$\mathfrak{F} = qdfpq = qdepq - def = F - def = F - \frac{b}{2l} (r + \delta)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\mathfrak{F}' = qdmopq = qdnopq - dnm = F' - dnm = F' - \frac{b}{2l} (r + \delta)^2 \sin^2 \frac{3}{2} \alpha$$

$$\text{also } \mathfrak{F}' - \mathfrak{F} = pfmop = F' - F - \frac{b}{2l} (r + \delta)^2 \left[\sin^2 \frac{3}{2} \alpha - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right].$$

VIII. K a p i t e l.

Von der nähern Bestimmung des Horizontaldruckes überhaupt und des möglich grössten Horizontaldruckes insbesondere für ein horizontal übermauertes Tonnengewölbe.

§. 33.

Nachdem wir nun die Werthe $g + t'$, $g + t''$ etc. in §. 17. et §. 18. und §. 21. bis §. 24. gefunden haben, so sind wir im Stande, den Horizontaldruck eines horizontal übermauerten Gewölbogens von gleicher Keilhöhe (Dicke) und insbesondere seinen möglich grössten Horizontaldruck näher zu bestimmen.

Da $H' - h''$ negativ, und zwar

$H' - h'' = - [1.4482 d. (r + \delta) + 0.0084 r^2 + 0.7283 \delta (2r + \delta)]$ wird, wenn $c = 30$ und $\alpha = 1$ ist; überhaupt aber $H' - h''$ negativ bleibt, wenn $c > 0$ und α klein genug genommen wird, wie dieses aus der Ver-

gleichung der Werthe $H' = \frac{1}{2} (g + t') \frac{\cos \left(\frac{\alpha}{2} + c \right)}{\sin \left(\frac{\alpha}{2} + c \right)}$ und

$h' = (g + t'') \frac{\cos \left(\frac{\alpha}{2} + c \right)}{\sin \alpha} \cos \left(\frac{3}{2} \alpha + c \right)$

mit einem Blicke auf die Fig. VI., welchem $g + t'$ grösser als $g + t''$ sich darstellt, leicht begreiflich ist: so ist der Horizontaldruck der linkseitigen Brückenhälfte

$$\mathfrak{H} = H'' = \frac{(g + t'')}{\sin \alpha} \cos \left(\frac{\alpha}{2} + c \right) \cos \left(\frac{3}{2} \alpha + c \right) = \frac{(F' - F)}{\sin \alpha} \cos \left(\frac{\alpha}{2} + c \right) \cos \left(\frac{3}{2} \alpha + c \right).$$

Setzt man für F' und F die in §. 32. angegebenen Werthe, und sucht man durch Differenzirung das Maximum von $\mathfrak{H}$, so findet man es für $\alpha = 0$, und

$$\text{zwar } \mathfrak{H} = \cos^2 c \left[d(r + \delta) + \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \right]$$

$$\text{Setzt man } c = 30, \text{ so wird } \mathfrak{H} = 0.75 \left[d(r + \delta) + \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \right] \quad \text{für } \alpha = 0,$$

$$\mathfrak{H}' = 0.73 \left[d(r + \delta) + \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \right] \quad \text{für } \alpha = 1^\circ,$$

$$\mathfrak{H}'' = 0.65 \left[d(r + \delta) + \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) + 0.0038 \cdot r^2 \right] \quad \text{für } \alpha = 3^\circ$$

$$\text{Setzt man aber } c = 0, \text{ so wird } \mathfrak{H} = d(r + \delta) + \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \quad \text{für } \alpha = 0.$$

$$\mathfrak{H} = 0.98 \left[d(r + \delta) + \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \right] \quad \text{für } \alpha = 1^\circ$$

Vorletzter Werth ist ein Maximum und ergibt sich auch aus der Formel

$$\mathfrak{H} = H' = \frac{1}{2} (g + t') \cot. \left(\frac{\alpha}{2} + c \right) = F. \cot. \left(\frac{\alpha}{2} + c \right).$$

Bemerkt wird noch, dass, wenn man die Keile eines Brückengewölbes nicht gleich breit und hoch, sondern den ganzen Schlusskeil m Mal breiter als jeden der übrigen Keile annähme, die Maxima des Horizontaldruckes demnach sowohl für $c > 0$ als für $c = 0$ unverändert blieben; denn in letzterm Falle verändert sich die Formel §. 29. et §. 32. in nachstehende

$$F = (d + \delta + r)(r + \delta) \sin m \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{4} (r + \delta)^2 \sin m \alpha - \frac{r^2}{4} m \alpha'$$

$$\text{und } F' \text{ in } F = (d + \delta + r)(r + \delta) \sin \left(\frac{m}{\alpha} + 1 \right) \alpha - \frac{1}{4} (r + \delta)^2 \sin 2 \left(\frac{m}{2} + 1 \right) \alpha - \frac{r^2}{4} \times$$

$$\times 2 \left(\frac{m}{2} + 1 \right) \alpha' \text{ und}$$

$$\frac{\cos \left(\frac{\alpha}{2} + c \right) \cos \left(\frac{3}{2} \alpha + c \right)}{\sin \alpha} \text{ in } \cos \left(m \frac{\alpha}{2} + c \right) \cdot \cos \left[\left(\frac{m}{2} + 1 \right) \alpha + c \right] = N, \text{ folglich}$$

$$\text{wird } \mathfrak{H}' = (F' - F) \cdot N$$

Sucht man das Maximum von $\mathfrak{H}'$, so findet man es

$$\mathfrak{H}'' = \cos^2 c \left[d(r + \delta) + \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \right] \quad \text{für } c > 0 \text{ und } \alpha = 0$$

$$\text{so wie } \mathfrak{H}'' = d(r + \delta) + \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \quad \text{für } c = 0 \text{ und } \alpha = 0.$$

Diese zwei Werthe von $\mathfrak{H}'$ und $\mathfrak{H}''$ sind den schon gefundenen Maximen ganz gleich. Für Gewölbe mit kappenförmiger Oberfläche Fig. XXIV. werden die Maxima $\mathfrak{H}'$ und $\mathfrak{H}''$ für $c > 0$ und $c = 0$ denen für horizontal übermauerte Gewölbe angegebenen ganz gleich, und finden gleichfalls bei $\alpha = 0$ statt, wie man sich durch Differenzirung von $\mathfrak{H} = (\mathfrak{F}' - \mathfrak{F}) \frac{\cos}{\sin \alpha} \left(\frac{\alpha}{2} + c \right) \cos \left(\frac{3}{2} \alpha + c \right)$ respect. durch Substituierung der Differenziale, weil $\mathfrak{H}$ für $\alpha = 0$ unbestimmt wird, überzeugen kann. Der Werth von $(\mathfrak{F}' - \mathfrak{F})$ findet sich §. 32. am Ende angegeben.

§. 34.

Bisher haben wir die Keile von gleicher Breite und gleicher Höhe vorausgesetzt, und ihren Horizontaldruck angegeben. Nun wollen wir auch die steigenden Keile, d. i. solche, welche vom Schlusse abwärts an Höhe zunehmen, betrachten, und ihren Horizontaldruck bestimmen. Fig. X. stellet zwei Arten horizontal übermauerter Gewölbe aus steigenden Keilen dar.

Wir wollen anfangs annehmen, dass alle Keile mit Ausnahme des Schlusskeiles gleiche Breite haben, und bis zur Linie em steigen.

Es sey $ca = r$, $ab = \delta$, $bG = d$, $be = x$, $ac\beta = acf = m \frac{\alpha}{2}$, $\beta cy = \gamma c\delta$ etc. $= \alpha$, der Reibungswinkel $c = 30$, ht , iu , kv etc. auf em vertikal, die Fläche $aGhtf = F$ und $\alpha Giug = F'$, so wird
 $F = (d - x)(r + \delta + x) \operatorname{tg.} m \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}(r + \delta + x)^2 \operatorname{tg.} m \frac{\alpha}{2} - \frac{r^2}{4} m \alpha'$ und
 $F' = (d - x)(r + \delta + x) \operatorname{tg.} \alpha \left(1 + \frac{m}{2} \right) + \frac{1}{2}(r + \delta + x)^2 \operatorname{tg.} \alpha \left(1 + \frac{m}{2} \right) - \frac{r^2}{2} \alpha' \left(1 + \frac{m}{2} \right)$, also
 $(F' - F) \frac{\cos}{\sin \alpha} \left(m \frac{\alpha}{2} + c \right) \cos \left[\alpha \left(1 + \frac{m}{2} \right) + c \right] = \mathfrak{H}$ der Horizontaldruck von $fthiug$, weil $H' - h''$ bei steigenden Keilen um so mehr negativ wird, als $H' - h''$ bei gleich hohen Keilen schon negativ ist; denn da $H'' = h''$ ist, so muss, wenn $H'' > H'$, auch $H'' - h'' = H' - H''$ negativ und umgekehrt seyn; folglich da §. 29.

$\mathfrak{H} = F. \cot. \left(\frac{\alpha}{2} + 30 \right) = H'$ oder $\mathfrak{H} = F. \cot. \left(m \frac{\alpha}{2} + 30 \right)$ selbst für $\frac{\alpha}{2} = 26^\circ$ oder für $m \frac{\alpha}{2} = 26^\circ$ viel kleiner als

$\mathfrak{H} = (F' - F) \frac{\cos}{\sin \alpha} \left(m \frac{\alpha}{2} + 30 \right) \cos \left[\alpha \left(1 + \frac{m}{2} \right) + 30 \right] = (g + t'') \frac{\cos}{\sin \alpha} \left(m \frac{\alpha}{2} + 30 \right) \times \cos \left[\alpha \left(1 + \frac{m}{2} \right) + 30 \right]$ ist, so ist auch $H' - h''$ negativ.

Für $c = 30$, $\alpha = 1$, $m = 1$, also $m \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}$ und $x = 0$ wird

$$\mathfrak{H} = 0.7471 \left[d(r + \delta) + \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) + 0.00563. r^2 \right].$$

Vergleicht man diesen Werth mit dem §. 33. für $c = 30$ und $\alpha = 1$ ange-

gebenen: so sieht man, dass der Horizontaldruck der steigenden Keile etwas grösser als der der gleich hohen Keile ist.

Sucht man das Maximum von $\mathfrak{H}$ für die erste Art Keile, so findet man es für $m \alpha = 0$ und $\alpha = 0$, nämlich

$$\mathfrak{H} = \cos^2 c \left[(\delta - x) (r + \delta + x) + \frac{x}{2} (r + \delta + x)^2 - \frac{r^2}{2} \right] \quad (I)$$

und für $c = 0$

$$\mathfrak{H} = (d - x) (r + \delta + x) + \frac{x}{2} (r + \delta + x)^2 - \frac{r^2}{2} \dots \quad (II)$$

folglich für $c > 0$ und $x = 0$ oder für die Gewölbart $\alpha GL4e$ der Fig. X

$$\mathfrak{H} = \cos^2 c \left[d (r + \delta) + \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \right] \text{ und}$$

für $c = 0$ und $x = 0$

$$\mathfrak{H} = d (r + \delta) + \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$$

wie für die zweite Art Keile.

Bemerkt wird, dass die nämlichen Formeln für $c = 0$ aus der Formel $\mathfrak{H} = F. \cot. m \frac{\alpha}{2}$ für $m \alpha = 0$ sich ergeben.

Die Gleichung (I) nimmt auch nachstehende Form an:

$$\mathfrak{H} = \cos^2 c \left[d (r + \delta) + \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) + x \left(d - \frac{x}{2} \right) \right]$$

und ist das Maximum für die steigenden Keile.

Da das Maximum für die gleich hohen Keile

$$\mathfrak{H} = \cos^2 c \left[d (r + \delta) + \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \right]$$

ist, so erhellet, dass das Maximum für die steigenden Keile etwas grösser als für die gleich hohen ist.

Das bisher Angeführte gilt fast gänzlich auch von so steigenden Keilen, an welche sich horizontale Quaderschichten mno , opq etc. Fig. X. anschliessen.

Aus diesen Untersuchungen und in Erwägung, dass keilförmige Steine mehr als parallelepipedische kosten, ergeben sich folgende Resultate.

- 1) Da Gewölbe aus steigenden Keilen einen grössern Horizontaldruck ausüben, als Gewölbe aus gleich hohen, so bedürfen ihre Widerlagen zur Sicherung gegen das Gleiten auch eine grössere Breite oder Stärke, folglich sind gleich hohe Keile dem steigenden in ökonomischer Hinsicht vorzuziehen.
- 2) Wenn die Widerlagen der Gewölbe gegen die Gefahr der Umdrehung geschützt seyn sollen, so erfordern steigende Keile eher etwas stärkere Widerlagen als gleich hohe Keile, oder wenigstens diese nicht breitere Widerlagen, weil bei steigenden Keilen die Horizontalpressungen und

ihre Hebelarme mithin auch ihre Momente etwas grösser als bei gleich hohen Keilen, dagegen der unverändert bleibenden Vertikalpressungen Hebelarme allein etwas kürzer als bei gleich hohen Keilen sind. In dieser Hinsicht verdienen gleich hohe Keile ebenfalls den Vorzug vor den steigenden.

IX. K a p i t e l.

Von den Momenten der Horizontal- und Vertikalpressungen eines Tonnengewölbes.

§. 35.

In der Voraussetzung, dass Fig. VI. der Gewölbbögen von innerer Weite $\epsilon\epsilon = 2\alpha$ und von innerer Höhe $E'\alpha = h$ aus gleich hohen und gleich breiten Keilen bestehe, seine Hälfte ϕ Grade und jeder Keil mit Einfluss des Schlusskeiles eine Höhe δ und α Grade habe, zur Sicherheit des Gewölbes die Horizontalpressungen $H' - h''$, $H'' - h'''$, etc. so wie die Vertikalpressungen $V' - v''$, $V'' - v'''$, etc. in den Punkten 1, 2, etc. angenommen werden, das Gewölbe möge übermauert seyn oder nicht, ferner k die Höhe ϵS der Widerlage und w ihre Breite RS bezeichne, drücken

$(H' - h'') R I$, $(H'' - h''') R II$, $(H''' - h^4) R III$ etc.

die Momente der Horizontalpressungen der einzelnen Keile aus.

Nun ist $R I = R. Q + Q I = S\mu + (r + \delta) \cos \frac{\alpha}{2} = k - r + h + (r + \delta) \cos \frac{\alpha}{2}$,

$R II = k - r + h + (r + \delta) \cos \frac{3}{2} \alpha$,

$R III = k - r + h + (r + \delta) \cos \frac{5}{2} \alpha$,

etc.

folglich ist das erste Moment $M' = (H' - h'') \left[k - r + h + (r + \delta) \cos \frac{\alpha}{2} \right]$

$= (H' - h'')(k - r + h) + (H' - h'')(r + \delta) \cos \frac{\alpha}{2}$,

das zweite Moment $M'' = (H'' - h''')(k - r + h) + (H'' - h''')(r + \delta) \cos \frac{3}{2} \alpha$

das dritte Moment $M''' = (H''' - h^4)(k - r + h) + (H''' - h^4)(r + \delta) \cos \frac{5}{2} \alpha$

etc.

Mithin ist die Summe aller Momente der Horizontalpressungen

$$\mathfrak{M} = (k - r + h) (H' - h'' + H'' - h''' + H''' - h^4 \text{ etc.}) \\ + (r + \delta) \left[(H' - h'') \cos \frac{\alpha}{2} + (H'' - h''') \cos \frac{3}{2} \alpha + (H''' - h^4) \cos \frac{5}{2} \alpha \text{ etc.} \right]$$

Für den Fall, dass $H' - h''$ negativ ist, daher gegen den gleichen Gegendruck der andern Gewölbhälfte sich aufhebt, ist M' ausser Rechnung zu lassen, oder $M' = 0$ oder $H' - h'' = 0$ zu setzen, folglich wird $\mathfrak{M} - M' = \mathfrak{M}$.

In den Tabellen IV, IX, XIV sind die Werthe von $H' - h''$ so wie auch von $H'' - h''' + H''' - h^4 \text{ etc.} = \mathfrak{H}'$ und

in den Tabellen VI, XI, XVI die Werthe von $(H' - h'') \cos \frac{\alpha}{2}$ so wie auch $(H'' - h''') \cos \frac{3}{2} \alpha + (H''' - h^4) \cos \frac{5}{2} \alpha \text{ etc.} = \mathfrak{H}''$

für $\alpha = 1$ und $c = 30$ berechnet, woraus man ersieht, dass für nackte und horizontal übermauerte Bögen $H' - h''$ negativ ist, welche Werthe r , δ und d auch haben mögen.

In den Tabellen XIX, XXIV, XXIX, so wie in denen XXI, XXVI, XXXI sind diese Werthe für $\alpha = 1$ und $c = 0$ berechnet, woraus hervorgeht, dass für horizontal übermauerte Bögen $H' - h''$ negativ ist, welche Werthe r , δ und d auch haben mögen, für nackte Bögen aber $H' - h''$ positiv bleibt.

§. 36.

Die Momente der Vertikalpressungen der einzelnen Keile sind

$$(V' - v'') R 1^\circ, (V'' - v''') R 2^\circ, \text{ etc.}$$

$$\text{Nun ist} \quad R 1^\circ = RS + S 1^\circ = w + \alpha - (r + \delta) \sin \frac{\alpha}{2} \\ R 2^\circ = w + \alpha - (r + \delta) \sin \frac{3}{2} \alpha \\ \text{etc.}$$

folglich ist das erste Moment $N' = (V' - v'') (w + \alpha - (r + \delta) \sin \frac{\alpha}{2})$

das zweite Moment $N'' = (V'' - v''') (w + \alpha - (r + \delta) \sin \frac{3}{2} \alpha)$
etc.

Mithin ist die Summe aller Momente der Vertikalpressungen

$$\mathfrak{N} = (w + \alpha) (V' - v'' + V'' - v''' \text{ etc.}) - (r + \delta) [(V' - v'') \sin \frac{\alpha}{2} + (V'' - v''') \sin \frac{3}{2} \alpha \text{ etc.}]$$

In den Tabellen V, X, XV sind die Werthe von

$$V' - v'' + V'' - v''' \text{ etc.} = \mathfrak{V}' \text{ und}$$

in den Tabellen VII, XII, XVII die Werthe von

$$(V' - v'') \sin \frac{\alpha}{2} + (V'' - v''') \sin \frac{3}{2} \alpha \text{ etc.} = \mathfrak{V}''$$

für $\alpha = 1^\circ$ und $c = 30^\circ$ berechnet.

In den Tabellen XX, XXV, XXX so wie in den XXII, XXVII, XXXII sind diese Werthe für $\alpha = 1^\circ$ und $c = 0$ berechnet.

§. 37.

Es ist nöthig, über den Gebrauch der §. §. 34. et 35. angeführten Tabellen einige Bemerkungen zu machen.

Da der Reibungswinkel c zu 30° angenommen wurde, so ist der Gegendruck für den 60^{sten} Keil auf seiner untern Fuge gleich 0 gesetzt worden. Ganz genau findet der Gegendruck $= 0$ einen halben Grad unter dem 60^{sten} Keil statt, weil der Zentriwinkel, den der Schluss des Gewölbes und die untere Fuge des 60^{sten} Keils macht, nur $59\frac{1}{2}$ Grade beträgt.

Im Falle ein Gewölbe weniger als 119 respektive 120° , folglich seine Hälfte weniger als $59\frac{1}{2}$ resp. 60° Zentriwinkel hat, ermangelt dem letzten Gewölbkeil auf seiner untern Fuge gleichfalls der Gegendruck, weil derselbe auf dem mit den Widerlagen fest verbundenen Polsterstein aufruhet. Dieser Gegendruck ist daher $= 0$ zu setzen. Es habe z. B. das halbe Gewölbe nur $29\frac{1}{2}^\circ$ Zentriwinkel, mithin 30 Keile mit Einschluss des halben Schlusskeiles, so wäre der Horizontaldruck des 30^{sten} Gewölbkeiles nicht $= H^{30} - h^{31} = 0.01522 \times 57.3. g'$ sondern $= H^{30}$. Es müsste demnach h^{31} von $0.01522 \times 57.3. g'$ abgezogen werden, um H^{30} zu finden, oder es müsste letztere Grösse unmittelbar berechnet werden. Nun ist $H^{30} = S^{30} \cdot \cos(29\frac{1}{2} + 30)$. Der Werth von S^{30} ist in der Tabelle III. beim 30^{sten} Keil zu 0.52240 angegeben, und wäre daher noch mit $\cos 59\frac{1}{2} = 0.5075$ zu multiplizieren. Wie man ohne trigonometrische Tabellen den Werth von H^{30} aus den anliegenden Tabellen berechnen könne, soll nun gezeigt werden.

Es ist, wie bewiesen wurde, $H^{30} - h^{31} = (S^{30} - s^{31}) \cos 59\frac{1}{2}$,

$$\text{folglich } \cos 59\frac{1}{2} = \frac{H^{30} - h^{31}}{S^{30} - s^{31}};$$

$$\text{da nun } H^{30} = S^{30} \cdot \cos 59\frac{1}{2},$$

$$\text{so ist } H^{30} = \frac{(H^{30} - h^{31}) \cdot S^{30}}{(S^{30} - s^{31})}$$

Man darf daher nur die neben dem 30^{sten} Keil in der Tabelle IV. stehende Zahl durch die neben dem 30^{sten} Keil in der Tabelle III. befindliche Differenzzahl dividiren, den Quotienten durch die obere Zahl (Minuend) 0.52240 neben dem 30^{sten} Keil in der Tabelle III. multiplizieren, und das Produkt noch mit $57.3. g'$ multiplizieren, so erhält man H^{30} .

Allgemein findet man den Horizontal- oder Vertikaldruck oder sein Moment für den n^{ten} Keil ohne den Gegendruck oder das Gegendruck-Moment vom folgenden $(n + 1)^{\text{ten}}$ Keil durch nachstehende Formel

$$D^n = \frac{(D^n - d^{n+1}) \cdot S^n}{(S^n - s^{n+1})},$$

wenn D^n den Horizontaldruck oder sein Moment, den Vertikaldruck oder sein Moment für den n^{ten} Keil oder für die auf diesem Keil ruhende Stirnmauer

oder für die zur letztern noch gehörige Mauer, und d^{n+1} gleiches für den $(n+1)^{\text{ten}}$ Keil bezeichnet. Die Werthe von S^n und s^{n+1} sind in den Tabellen III, VIII et XIII, dann für $c = 0$ in den Tabellen XVIII, XXIII et XXVIII, enthalten.

Will man daher im vorerwähnten Beispiele den Horizontaldruck vom 2^{ten} bis zum 30^{sten} Keil wissen, so muss man anstatt dem in der Tabelle IV. enthaltenen Horizontaldruck des 30^{sten} Keils den auf die gezeigte Art berichtigten in die Summe aufnehmen.

§. 38.

In den §. §. 35 et 36. habe ich die Methode Eytelweins, die Momente der Horizontal- und Vertikalkräfte zu berechnen, befolgt. Anstatt dieser Momente hätte man auch die Momente der schiefen Pressungen suchen, und sie zur Bestimmung der Widerlagen-Stärke anwenden können. Allein das Resultat in Bezug auf diesen Zweck würde dasselbe seyn, wie leicht bewiesen werden kann. Indem ich mich bloss begnüge, dieses bemerkt zu haben, mache ich auf eine andere Art, die schiefen Pressungen der einzelnen Keile zu zerlegen, und auf die hieraus hervorgehenden Momente aufmerksam, weil Mancher glauben könnte, sie erzeuge andere Resultate, als die von mir und Hrn. Eytelwein gewählte, und die Hr. Rösling in dieser Meinung wirklich anders verfahren, dadurch aber in unnütze, weitläufige Berechnungen sich verwickelten.

Dieselben zerlegen Fig. VIII. die in b normale Pressung (Pressungsdifferenz) be oder $eo = S$ in e in eine auf die Fugen b' normale ep und in eine in ihrer Richtung liegende Seitenkraft en , welch letztere sie Schubkraft nennen; die erstere $ep = e'o'$ zerlegen sie wieder in e' in zwei solche Seitenkräfte $e'p'$ und $e'n'$ u. s. f. herab bis zur untersten Fuge hm . Eben so verfahren sie mit den in b', b'', b''' etc. normalen Pressungen (Pressungsdifferenzen). In Bezug auf die Umdrehbarkeit der Widerlage im Punkte k kommen den Schubkräften $en, e'n'$ etc. die Hebelsarme kv, kv' etc. und dem auf die letzte Fuge hm concentrirten, sie in irgend einem Punkte f treffenden Normaldruck fg der Hebelsarm kg zu.

Ich zeige nun, dass gleiche Resultate in Bezug auf die Widerlage sich ergeben, wenn die in b, b', b'' etc. normalen Pressungen mit ihren Hebelsarmen kt, ku etc. multipliziert als Momente beibehalten werden.

S a t z.

Wenn Fig. VIII. $be = eo = S$, $ep = V$ und $en = R$, so ist $S.kt = V.kt' + R.kv$.

B e w e i s.

Es sey $acb = x$, $bce = y$, $ecm = z$, $ktb = kt'e = kvn = kwb = 90^\circ$, ferner $mc = r$, $hm = \delta$, $kl = b$, $ml = h$, $mz = w$, so ist $S.kt = S.bw = S.(bc - wc)$. Nun ist $bc = r + \frac{\delta}{2}$, $cz : mc = \cos(x + y + z) : 1$,

also $cz = r \cos(x + y + z)$, $cz - ml = r \cos(x + y + z) - h = \phi c$, weiters
 $\gamma\phi = k\phi \cdot \text{tg. } x = (b + w) \text{tg. } x$, weil die Dreiecke $\psi c\phi$ und $wk\psi$ ähnlich
 sind. Nun ist $\phi c + \gamma\phi = \gamma c = r \cos(x + y + z) - h + (b + w) \text{tg. } x$, und
 $\gamma c = wc \cdot \sec x = \frac{wc}{\cos c}$, also $wc = \gamma c \cos x = [r \cos(x + y + z) - h + (b + w) \times$
 $\times \text{tg. } x] \cos x$, und

$$S(bc - wc) = S \left[r + \frac{\delta}{2} - r \cos(x + y + z) \cos x + h \cos x - (b + w) \sin x \right] = S \cdot kt.$$

Da $V = S \cos y$ und $R = S \sin y$, so wird $V \cdot kt' = V \cdot (ec - vc) =$

$$S \cos y \left[\left(r + \frac{\delta}{2} \right) \frac{1}{\cos y} - r \cos(x + y + z) \cos(x + y) + h \cos(x + y) \right. \\ \left. - (b + w) \sin(x + y) \right]$$

ferner $R \cdot kv = S [(b + w) \cos(x + y) \sin y - r \cos(x + y + z) \sin(x + y) \times$
 $\times \sin y + h \sin(x + y) \sin y]$,

weil die Dreiecke $ac\phi$ und $vk\alpha$ ähnlich sind, sohin da $k\alpha = k\phi - \alpha\phi = k\phi - \phi c \cdot \text{tg. } (x + y) = b + w - r \cos(x + y + z) \text{tg. } (x + y) + h \text{tg. } (x + y)$ also $kv = k\alpha \times$
 $\times \cos(x + y) = (b + w) \cos(x + y) - r \cos(x + y + z) \sin(x + y) + h \sin(x + y)$

mithin $V \cdot kt' + R \cdot kv = S \left[r + \frac{\delta}{2} - r \cos(x + y + z) \cos x + h \cos x - (b + w) \sin x \right]$

$= S \cdot kt$, weil allgemein $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ und
 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ ist.

Wird der in e normale, in e' aber wieder schiefe Druck $ep = e'o'$ wieder
 $= S'$, $e'p' = V'$, $e'n' = R'$, $ace = x'$, $ece' = y'$ und $e'cm = z'$ gesetzt, so erhält
 man wieder $S' \cdot kt' = V' \cdot kt'' + R' \cdot kv'$. Zerlegt man den Druck V' wieder, in-
 dem man ihn $= S''$ setzt, in V'' und R'' , u. s. f. bis herab zur untersten Fuge
 hm, so erhält man wieder $S'' \cdot kt'' = V'' \cdot kt''' + R'' \cdot kv''$ u. s. f.

Es folgt nun, dass, da $S \cdot kt = V \cdot kt' + R \cdot kv$

$$S' \cdot kt' = V \cdot kt' = V' \cdot kt'' + R' \cdot kv'$$

$$S'' \cdot kt'' = V' \cdot kt'' = V'' \cdot kt''' + R'' \cdot kv''$$

etc.

$S \cdot kt = R \cdot kv + R' \cdot kv' + V' \cdot kt'' = R \cdot kv + R' \cdot kv' + R'' \cdot kv'' + V'' \cdot kt''' = R \cdot \times$
 $\times kv + R' \cdot kv' + R'' \cdot kv'' + R''' \cdot kv''' + V''' \cdot kt^{IV}$, welches das Moment des in
 b normalen Druckes S ist.

Die Herrn Rösling nennen die Grössen R, R', R'' etc. Schubkräfte. Eben
 so zerlegen sie die in b', b'', b''' etc. normalen Pressungen T, U, W etc. in
 Schubkräfte und in einen auf die unterste Fuge hm normalen Druck, und er-
 halten am Ende auf diesem langen Wege keine andern Resultate, als ich auf
 viel kürzerm Wege im Bezug auf die Widerlage.

X. Kapitel.

Von der Breite der Widerlagen eines Tonnengewölbes.

§. 39.

Die Stabilität eines Gewölbes erfordert, dass die erhaltenden Kräfte mit den zerstörenden im Gleichgewichte sind, oder gar eine Ueberwucht über letztere haben, und bedingt desswegen so breite Widerlagen, dass sie niemals weder zur Zeit der Ausrüstung, noch zur Zeit der Vollendung und Benützung des Gewölbes auf ihren Basen SR , $S'R'$ Fig. VI et VII. gleiten und eben so wenig um R , R' sich auswärts drehen, oder auf irgend eine andere Art den Einsturz des Gewölbes zulassen können.

Die Gefahr der Umdrehung ist nur selten und nur dann zu befürchten, wenn das Gewölbe viele Grade und hohe Widerlagen hat.

Wenn ein Gewölbe Fig. VI et VII. einen innern Halbmesser $ac = r$, eine innere Bogenhöhe $\alpha E' = h$, eine innere Weite $\epsilon \epsilon' = 2a$, eine Bogendicke oder Keilhöhe $= \delta$, eine Widerlagenhöhe $\epsilon S = k$, eine Widerlagenbreite $SR = w$, eine Mauerhöhe $GA = d$, und eine Anzahl Grade $= 2\phi$ hat, der Coefficient der Reibung der Widerlagen auf ihren Basen (gewöhnlich Rostdie-
len) $= \mu$, der Winkel der Reibung der Keile unter sich $= c$, der Horizontaldruck aller Keile jeder mit einem 1° Centralwinkel oder des halben Gewölbes $= \mathfrak{H}$ und der möglich grösste Horizontaldruck $= \mathfrak{H}$ für den Zentralwinkel $\alpha = 0$ ist: so muss w so gross seyn, dass keine der angeführten Gefahren eintreten kann.

Dieses gilt aber nur für ein Gewölbe aus einem Bogen oder aus mehrern einander gleichen Bögen.

Besteht ein Gewölbe aus ungleichen Bögen, so trägt sich die grösste ihrer Horizontalpressungen auf die Widerlage über, und muss für den Fall des Nichtgleitens, ihr Moment aber für den Fall des Nichtdrehens zur Berechnung der Widerlagenbreite (siehe §. 70.) angenommen werden, der Bogen, dem die grösste Horizontalpressung angehört, mag in der Mitte oder anderswo sich befinden. Bei dieser Berechnung der Widerlagenbreite ist zu erinnern, dass der Vertikaldruck des jeder Widerlage nächsten Bogens für den Fall des Nichtgleitens, und sein Moment für den Fall des Nichtdrehens in Anschlag kommt.

Dieses findet Anwendung bei Brücken, deren Fahrbahn gegen ihre Mitte ansteigt. In diesem Falle ist der mittlere oder zwei mittlere Bögen weiter und höher, als die andern.

Der Werth des Horizontaldruckes von Gewölben mit kappenförmigen Abdachungen oder mit sogenannten Eselsrücken ist §. 33. bereits angegeben.

Diese Bemerkung darf um so weniger übergangen werden, als sie von keinem Ingenieur noch gemacht wurde.

§. 40.

Die Widerlagen eines nackten und gleich dicken Gewölbes $\varepsilon SRO4A\pi O'R'S'\varepsilon$ können bei der Annahme von $c = 30$ nicht gleiten, wenn §. 21

$$\mathfrak{H}' = 42.09 g' \leq \mu (w. k + \varphi. g'), \text{ folglich } w \geq (42.09 - \mu \varphi) \frac{g'}{\mu. \kappa} \text{ oder §. 32}$$

$$\mathfrak{H}' = 0.734 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \leq \mu \left[w. k + \varphi' \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \right], \text{ sohin } w \geq (0.734 - \mu. \varphi') \times \frac{\delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)}{\mu. \kappa} \text{ ist,}$$

indem φ' den Bogen von φ für den Halbmesser $= 1$ bezeichnet.

Es sollte zwar $\varepsilon SRO4\varepsilon = w \left[k + \frac{\delta}{r} (r - h) \right] - \frac{\delta^2}{2r^2} \alpha (r - h)$ anstatt $w. \kappa$ in obigen Formeln gesetzt werden; allein sie würden nur zu verwickelt, ohne viel an Genauigkeit zu gewinnen; desswegen hat auch Herr Oberbaudirektor Eytelwein nur $w. \kappa$ in seiner Theorie angenommen.

Bemerkt wird, dass $\mathfrak{H}' = 57.29. g' = 0.9997 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$ für $c = 0$, und wenn man die Maxima $\mathfrak{H}$ für $\mathfrak{H}'$ setzen will,

$$\mathfrak{H} = 43. g' = 0.75 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \text{ für } c = 30,$$

$$\mathfrak{H} = 57.3 g' = \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \quad \gg \quad c = 0.$$

$$\text{folglich } w \geq (43 - \mu. \varphi) \frac{g'}{\mu. \kappa} \quad \gg \quad c = 30$$

$$w \geq (57.3 - \mu. \varphi) \frac{g'}{\mu. \kappa} \quad \gg \quad c = 0$$

wird.

Hieraus erhellet, dass $w = \delta. \frac{a}{r}$ oder vielmehr $w = 0$ wird, wenn $43 = \mu. \varphi$ für $c = 30$ oder $57.3 = \mu. \varphi$ für $c = 0$ ist.

Wäre $\mu = 0.4777$, so würde $\varphi = 90$ für $c = 30$; so wie, wenn $\mu = 0.6366$, $\varphi = 90$ für $c = 0$. Unter der Bedingung, dass $\mu = 0.4777$ ist, wären die Widerlagen eines Gewölbes von $2\varphi = 180$ zu gleiten nicht im Stande, was bei $\mu = 0.6366$ und für $c = 0$ möglich wäre.

Baut man die Widerlagen auf Roste, so nimmt man gewöhnlich $\mu = 0.5$ an. Grösser sollte man μ nicht annehmen, weil Holz im Wasser nach der Erfahrung schlüpfriger wird.

§. 41.

Die Widerlagen eines nackten und gleich dicken Gewölbes können bei der Annahme von $c = 30$ oder $c = 0$ sich nicht auswärts drehen, wenn §. 35 et §. 36

$$M' \leq N + \frac{\kappa}{2} w^2.$$

Setzt man für M' und N die in §. §. 35 et 36. angegebenen Werthe, und entwickelt w : so erhält man

$$w \geq -\frac{B'}{\kappa} + \sqrt{\left[\frac{2}{\kappa} \left[\mathfrak{H}' (\kappa + h - r) - B' \cdot a + (\mathfrak{H}'' + B'') (r + \delta) \right] + \left(\frac{B'}{\kappa} \right)^2 \right]}$$

ein Werth, welcher mittels der Tabellen leicht berechnet werden kann. Da aber in dieser Formel auch $\mathfrak{H}' = 0.7344 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$ oder $\mathfrak{H}' = 0.98. \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$ und $B' = \varphi' \cdot \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$ ist, so hat man nur die Werthe von $\mathfrak{H}''$ und B'' noch zu wissen nöthig.

§. 42.

Die Widerlagen eines bis MM' übermauerten Gewölbes können bei $c = 30$ nicht gleiten, wenn §. 33

$$\mathfrak{H}' = 0.7344 \cdot \left[\delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) + d(r + \delta) \right] \leq \mu \left[w(d + \delta + h + \kappa) + a \left(d + \delta + \frac{h+r}{2} \right) - \frac{r^2}{2} \varphi' \right]$$

$$\text{also } w \geq \frac{0.7344 \left[\delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) + d(r + \delta) \right] - \mu \cdot a \left(d + \delta + \frac{h+r}{2} \right) + \mu \cdot \frac{r^2}{2} \varphi'}{\mu (d + \delta + h + \kappa)}$$

Für $c = 0$ ist §. 33. $\mathfrak{H}' = 0.98 \left[\delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) + d(r + \delta) \right]$ und, wenn man die Maxima $\mathfrak{H}$ für $\mathfrak{H}'$ setzen will, ist $\mathfrak{H} = 0.75 \left[\delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) + d(r + \delta) \right]$ für $c = 30$ und $\mathfrak{H} = \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) + d(r + \delta)$ für $c = 0$.

§. 43.

Die Widerlagen eines bis MM' übermauerten Gewölbes können bei $c = 30$ oder $c = 0$ sich nicht drehen, wenn

$$\begin{aligned}
 W &\leq N + \frac{1}{2} \left(w - \delta \cdot \frac{a}{r} \right)^2 \cdot (d + \delta + h + k) + \left(w + \frac{\delta \cdot a}{2r} \right) \frac{\delta \cdot a}{r} \text{ also} \\
 W &\geq - \left(\frac{\mathfrak{B}' - \frac{\delta \cdot a}{r} (d + \delta + h)}{d + \delta + h + k} \right) + \sqrt{\left[\frac{2[\mathfrak{H}'(k + h - r) - \mathfrak{B}' \cdot a + (\mathfrak{H}'' + \mathfrak{B}'')(r + \delta)]}{d + \delta + h + k} \right.} \\
 &\quad \left. - \frac{\frac{\delta^2}{r^2} a^2 (d + \delta + h + 2k)}{d + \delta + h + k} + \left(\frac{\mathfrak{B}' - \frac{\delta \cdot a}{r} (d + \delta + h)}{d + \delta + h + k} \right)^2 \right]}
 \end{aligned}$$

§. 44.

Wir wollen nun die §. 40 bis §. 43. angegebenen Formeln auf einige Beispiele anwenden.

Ein nacktes und gleich dickes Gewölbe von $106^\circ 16'$ Centralwinkel $= 2\varphi$ habe einen innern Halbmesser $r = 75$ folglich im Lichten eine Weite $2a = 120$, eine Höhe $h = 30$, ferner eine Widerlagenhöhe $k = 9$ und eine Keilhöhe $\delta = 6$. 1. Soll jede Widerlage von der Breite $= w$ nicht gleiten können, so muss

$$w = 25.2 \text{ für } c = 30 \text{ und } \mu = 0.5$$

$$w = 41.7 \text{ » } c = 30 \text{ » } \mu = 0.4$$

$$w = 47.1 \text{ » } c = 0 \text{ » } \mu = 0.5$$

seyn. Die Herrn Rösling fanden S. 202 ihrer Schrift 49. 65 anstatt 47. 1.

§. 45.

Nimmt man die Keilhöhe zu 5 anstatt zu 6. 1 an: so wird

$$w = 21.1 \text{ für } c = 30 \text{ und } \mu = 0.5$$

$$w = 35.0 \text{ » } c = 30 \text{ » } \mu = 0.4$$

$$w = 39.5 \text{ » } c = 0 \text{ » } \mu = 0.5$$

§. 46.

Ist dieses Gewölbe horizontal übermauert, $\delta = 5$ und $d = 1.8$, so können die Widerlagen nicht gleiten, wenn

$$w = 3.1 \text{ für } c = 30 \text{ und } \mu = 0.5$$

$$w = 3 \text{ » } c = 0 \text{ » } \mu = 0.5$$

Die Herrn Rösling geben 22. 6 anstatt 3 an.

§. 47.

Das nämliche Gewölbe, als nackt betrachtet, ist gegen das Drehen der Widerlagen gesichert, wenn $\delta = 6.1$

$$w = 17.91 \text{ für } c = 30$$

$$w = 15.10 \text{ » } c = 0$$

Man findet 16.71 anstatt 15.10, wenn man nach Herrn Eytelweins Formel §. 407. seiner Statik rechnet.

§. 48.

Die neue Brücke über die Isar zu München hat 68° Centralwinkel, einen innern Halbmesser von 50, im Lichten eine Weite von 56, eine Höhe von 9, eine Widerlagenhöhe von 13 und eine Keilhöhe von 3. Betrachtet man dieses Gewölbe als nackt, wie dieses zur Zeit der Ausrüstung der Fall ist, so können seine Widerlagen nicht gleiten, wenn

$$w = 9.8 \text{ für } c = 30 \text{ und } \mu = 0.5$$

$$w = 13.9 \text{ » } c = 30 \text{ » } \mu = 0.4$$

$$w = 15.2 \text{ » } c = 0 \text{ » } \mu = 0.5$$

§. 49.

Nimmt man dieses Gewölbe horizontal übermauert und $d = 1.8$ an, so können die Widerlagen nicht gleiten, wenn

$$w = 7 \text{ für } c = 30 \text{ und } \mu = 0.5$$

$$w = 10 \text{ » } c = 30 \text{ » } \mu = 0.4$$

$$w = 12.1 \text{ » } c = 0 \text{ » } \mu = 0.5$$

§. 50.

Die Widerlagen dieses als nackt betrachteten Gewölbes können sich nicht drehen, wenn $w = 15$ für $c = 30$

$$w = 13 \text{ » } c = 0$$

Rechnet man nach Herrn Eytelweins Formel, so erhält man 13.8 anstatt 13.

§. 51.

Nimmt man das nämliche Gewölbe horizontal übermauert und $d = 1.8$ an, so können die Widerlagen sich nicht drehen, wenn $w = 1$ für $c = 30$

§. 52.

Die für die Brücke zu München wirklich angenommene Widerlagenbreite beträgt 20, die berechnete grösste aber 15.2, welche bis zu 18.9 sich vergrößert, wenn man, wie in der Folge gezeigt wird, die Einwirkung der Lastwagen in Anschlag bringt.

§. 53.

Aus den gefundenen Resultaten geht die Bemerkung hervor, dass nackte Bögen breitere Widerlagen als horizontal übermauerte und (weil $d = 1.8$ gesetzt wurde) mit Menschen überfüllte erfordern, mithin die Widerlagenbreite der Brückengewölbe nach ihrer Wirkung zur Zeit der Ausrüstung, wo die Uebermauerung entweder gar nicht, oder nur zum Theil geschehen ist, berechnet werden müsste, wenn die Einwirkung der Lastwägen nicht zu berücksichtigen wäre.

§. 54.

Diese Einwirkung ist weit nachtheiliger, als die des Menschengedränges, obwohl das Gegentheil die bisher allgemeine Meinung für sich hat.

XI. K a p i t e l.

Von der Einwirkung der Lastwägen auf die Breite der Brückenwiderlagen.

§. 55.

Nimmt man zwei vierspännige Lastwägen jeden 90 Zentner oder 90 Kubikschuh Stein schwer auf der Mitte eines Gewölbbogens in dem Augenblicke ausweichend an, als die Vorderräder des einen Wagens und die Hinterräder des andern oberhalb den, den Schlusskeilen nächsten Keilen sich befinden, und setzen wir $c = 30$: so wirken diese Wägen gerade am nachtheiligsten auf die Widerlagen, und zwar am allernachtheiligsten auf die von den Wägen entferntere Widerlage.

In der Voraussetzung, dass jede Widerlage 30' lang oder die Brücke 30' breit ist, vertheilt sich der Horizontal- und Vertikaldruck der Wägen so auf die Widerlagen, dass auf einen Schuh Länge der von den Wägen entfernten Widerlagen 3 Zentner oder das Gewicht von 3 Kubikschuh Steine treffen. Das Gewicht der vier Pferde eines Wagens 9 Schuh vom Gewölbschlusse im Mittel entfernt kann zu 30 Zentner angeschlagen, folglich das auf einen Schuh Länge der Widerlage treffende zu 1 Zentner gerechnet werden.

Der Horizontaldruck von 3 Zentner ist

$$m = 3 \cdot \frac{\cos 30 \frac{1}{2}}{\sin 1} \cos 31 \frac{1}{2} = 126, \text{ wenn der Centralwinkel } \alpha \text{ eines Keils ungefähr } 1^\circ \text{ hat *)},$$

und sein Moment in Bezug auf R ist

$$n = 126 (k + h + \delta) = 126 (k + h - r) + 126 (r + \delta),$$

der Vertikaldruck $v = 3$ und sein Moment $u = 3 (w + a)$.

Eben so ist der Horizontaldruck von 1 Zentner auf die von den Wägen entferntere Widerlage.

$$m' = 1 \frac{\cos (30 + x - 1)}{\sin 1} \cdot \cos (30 + x)$$

und sein Moment in Bezug auf R

$$n' = m' [k + h + (r + \delta) \cos x - r] = m' (k + h - r) + m' (r + \delta) \cos x,$$

der Vertikaldruck $v' = 1$ und sein Moment $u' = w + a - 9$, wenn z. B.

Fig. VI. GK = 9 und der dieser als Sinus betrachteten Linie entsprechende Bogen A 1.2.3 oder Winkel Ac 3 = x angenommen wird.

Für den Fall des Nichtgleitens hat man also §. 42. dem Nenner des Ausdruckes von w noch $m + m' - \mu (v + v') = 124 + m'$ beizufügen,

für den Fall des Nichtdrehens aber §. 43. in dem Ausdrucke von w $(\mathfrak{H}' + 126 + m')$ anstatt $\mathfrak{H}'$, $(\mathfrak{H}'' + \mathfrak{B}'' + 126 + m' \cos x)$ anstatt $(\mathfrak{H}'' + \mathfrak{B}'')$, $-(\mathfrak{B}' \cdot a + 4 \alpha - 9)$ anstatt $-\mathfrak{B}' \cdot a$ und $\mathfrak{B}' + 4$ anstatt $\mathfrak{B}'$ zu setzen.

Nimmt man $c = 0$ an, so erhält man etwas grössere Werthe für w als bei $c = 30$.

Wenden wir nun diese Untersuchung auf die neue Brücke zu München, für welche $x = 9^\circ 48'$ ist, an, und setzen wir §. 42. $c = 30$ und $\mu = 0.5$: so erhält man für den Fall des Nichtgleitens $w = 18.9$ mit Rücksicht der Einwirkung der zwei Lastwägen, während wir §. 49. $w = 7$ ohne diese Rücksicht gefunden haben.

Für den Fall des Nichtdrehens ergibt sich ein viel kleinerer Werth von w als für den Fall des Nichtgleitens.

Da nun bei obiger Brücke $w = 20$, die berechnete aber $w = 18.9$ ist: so ist sie in Hinsicht auf die Lastwägen auch ohne Bindungsmittel zwischen den Keilen noch gesichert.

Geringer wird für den Fall des Nichtdrehens die Widerlagenbreite und der Kosten, wenn man hinter jedem Widerlager 2 Strebepfeiler in der Höhe derselben mit einer ihr gleichen Auslage und treppenförmigen Abdachung anbringt,

Da die Höhe der Strebepfeiler $= k + h + \delta + d$ ist, so wird der Kubikinhalt der beiden Strebepfeiler von f' mittlerer Breite gleich $F = f' \cdot (k + h + \delta + d)^2$. Ist l die Brückenbreite, so treffen auf den Schuh

der Breite $\frac{F}{l}$, welche Grösse man zu $\phi \cdot g'$ in der Formel für w §. 40. und zu

$\mathfrak{B}$ in den Formeln für w §. 42 et §. 55. addiren muss, wenn man w finden will.

*) Ist $\alpha = 9^\circ 36'$, so wird $m = 10.5$.

Hiebei wird noch bemerkt, dass für den Fall des Nichtgleitens der Widerstand der Widerlagen vermehrt wird, wenn man ihren Rosten eine Neigung nach der Flusseite gibt, und die Steinschichten parallel mit dieser Neigung oder auch horizontal macht, überdiess die Rostdielen zur Vermehrung der Reibung etwas riefte oder furcht und parallel mit der Brückenbreite legt.

§. 56.

Bis jetzt wurde gezeigt, wie man mit Hilfe der Tabellen die Widerlagenbreite bestimmen könne. Nun wollen wir auch zeigen, wie man diese Aufgabe ohne diese Tabellen lösen könne.

XII. K a p i t e l.

Von der Bestimmung der Widerlagenbreite für Tonnengewölbe ohne Hilfe der Tabellen.

§. 57.

Herr Eytelwein berechnet die Widerlagenbreite der Tonnengewölbe mittels der Integralrechnung, indem er die Keilbreiten und ihre Centralwinkel unendlich klein annimmt, und die Reibung der Keile unter sich nicht berücksichtigt.

Der Verfasser dieser Schrift nimmt die Keile zu einer gleichen, endlich grossen Breite und ihre Centralwinkel zu 1° an. Hiernach sind auch die Tabellen berechnet. Der Unterschied der Resultate bei Bestimmung der Widerlagen nach meiner und Herrn Eytelweins Methode ohne Rücksicht auf die Reibung kann nur sehr unbedeutend seyn, wie dieses auch die Vergleichung der Resultate in den berechneten Beispielen §. 47 et §. 50. bestätigen.

Da Herr Eytelwein S. 207 seiner Statik beweist, dass die Breite der nicht drehbaren Widerlage eines gleich dicken Halbkreisgewölbes sich gleich bleibt, man mag es aus unzählig vielen Gewölbsteinen ohne Zusammenhang durch ein Bindemittel, oder man mag es mit den Widerlagen aus einer zusammenhängenden Masse, welche nur im Scheitel durch einen äusserst dünnen Gewölbstein getrennt ist, bestehend annehmen: so folgt, dass dieses nur mit einer sehr kleinen Differenz auch noch gelte, wenn man mit mir ein solches Gewölbe aus sehr vielen Keilen, nämlich nur von 1° Centralwinkel bestehend annimmt.

Wendet man diese Methode auf die Beispiele §. 47 et §. 50. an, so findet man $w = 15.6$ anstatt 15. 1 und $w = 12.5$ anstatt 13.

Hieraus mag man schliessen, dass die neue Methode mit hinreichender Genauigkeit auch noch für Gewölbe von weniger als 180° Anwendung habe, man mag unendlich viele oder sehr viele Keile annehmen.

Wendet man diese neue Methode auf die verschiedenen Fälle, welchen die Widerlagen ausgesetzt sind, und nimmt man $c = 0$ so wie auch die Zahl der Keile unendlich gross an: so erhält man nachstehende Formeln.

§. 58.

Die Widerlagen eines nackten und gleich dicken Gewölbes können nicht gleiten, wenn

$$w \geq (1 - \mu \cdot \varphi') \frac{\delta}{\mu \cdot \kappa} \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$$

ist.

§. 59.

Sie können sich auch nicht drehen, wenn

$$w \geq -\varphi' \cdot \frac{\delta}{k} \left(r + \frac{\delta}{2} \right) + \frac{1}{k} \sqrt{\varphi'^2 \delta^2 \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2 + 2k\delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \left[\frac{\delta}{2} \left(1 + \frac{h}{r} \right) + k + 2h - \varphi' \cdot a \right]}$$

eine Gleichung, für welche man mit Herrn Eytelwein den Horizontaldruck in der Mitte der Keilhöhe $A\alpha$ Fig. VI. angenommen hat. Diese Gleichung wird der von Herrn Eytelwein S. 207 angegebenen ganz gleich, wenn man $\varphi' = \frac{\pi}{2}$ und b für δ annimmt.

§. 60.

Die Widerlagen eines horizontal übermauerten, gleich dicken Gewölbes, können nicht gleiten, wenn

$$w \geq \frac{\delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) + d \left(r + \delta \right) - \mu \cdot a \left(d + \delta + \frac{h+r}{2} \right) + \mu \frac{r^2}{2} \varphi'}{\mu (d + \delta + h + k)}$$

§. 61.

Sie können sich auch nicht drehen, wenn

$$w \geq \frac{[a(2d + 2\delta + h + r) - \varphi' \cdot r^2] + \sqrt{2 \left(\frac{\delta}{2} + h + k \right) \left(\delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) + d(r + \delta) \right)}}{2(d + \delta + h + k)} - \frac{\left(\frac{2}{3}hr^2 - \varphi' ar^2 + \frac{a^2}{3}(3d + 3\delta + h + 2r) \right)}{d + \delta + h + k} + \frac{\left(a(2d + 2\delta + h + r) - \varphi' \cdot r^2 \right)^2}{2(d + \delta + h + k)}$$

§. 62.

Es ist hier der Ort, einem Zweifel, ob nicht breitere Widerlagen in dem Falle, dass sie sich nicht drehen können, sich ergeben, wenn man das Gewölbe aus drei Theilen, nämlich aus einem Mitteltheil $\beta 11^\circ \beta'$ und aus zwei mit den Widerlagen verbundenen Nebentheilen $\beta \epsilon S R O 4.3.2.1$ und $\beta' \epsilon S' R' O' \pi 1^\circ$ bestehend annimmt, zu begegnen. Bei dieser Voraussetzung wirkt der Horizontaldruck des Mittelstücks in den Fugen 1β und $1^\circ\beta'$, sein Vertikaldruck ebenfalls in diesen Fugen, der Vertikaldruck der anliegenden Bogentheile in ihren Schwerpunkten und der Vertikaldruck der Widerlagen gleichfalls in ihren Schwerpunkten.

Man setze den Winkel $\beta c \alpha = \alpha$, $\epsilon c \beta = \beta$ und $\alpha + \beta = \varphi$, bezeichne ihre Bögen für den Halbmesser $= 1$ mit α' , β' und φ' ; ferner nehme man den Horizontaldruck $\mathfrak{H}$ in der Mitte der Fuge 1β an: so wird

$$1\beta\beta' 1^\circ = \alpha' \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) = F,$$

$$4\epsilon\beta 1 = \beta' \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) = F',$$

$$\mathfrak{H} = F. \cot. \alpha \text{ für } c = 0$$

$$\mathfrak{H} = F. \frac{\cos c. \cos (c + \alpha)}{\sin \alpha}$$

folglich sein Moment $\mathfrak{H}. t = \mathfrak{H}. \left[k + h + \frac{\delta}{2} - \left(r + \frac{\delta}{2} \right) (1 - \cos \alpha) \right]$.

Das Moment des Vertikaldruckes vom Mittelstück

$$F. \Theta = F \left[w + a - \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \sin \alpha \right]$$

Das Moment des Vertikaldruckes vom Seitenstück ohne Widerlage

$$F'. T = F' \left[w + a - \frac{2}{\beta'} \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \sin \frac{\beta}{2} \sin \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right) \right]$$

Das Moment der Widerlage $= w^2 \cdot \frac{k}{2}$; folglich

$$\mathfrak{H}. t \leq F. \Theta + F'. T + w^2 \cdot \frac{k}{2}.$$

Setzt man $c = 0$, für $\mathfrak{H}$, F , F' , t , Θ und T ihre Werthe, und entwickelt w , so erhält man

$$w \geq -(\alpha' + \beta') \frac{\delta}{k} \left(r + \frac{\delta}{2} \right) + \frac{1}{k} \sqrt{ \left[(\alpha' + \beta')^2 \cdot \delta^2 \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2 + 2k\delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \times \right. \\ \times \left[\alpha'. \cot. \alpha (k + h + \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \cos \alpha - r) + \alpha' \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \sin \alpha + 2 \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \sin \frac{\beta}{2} \times \right. \\ \left. \left. \times \sin \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right) - (\alpha' + \beta') a \right] \right] },$$

worin $\alpha' + \beta' = \varphi'$ ist.

Soll nun der Werth von Ψ kleiner als der §. 50. für w angegebene seyn, so muss, wie aus der Vergleichung der ähnlichen Werthe erhellet,

$$\frac{\delta}{2} \left(1 + \frac{h}{r} \right) + k + 2h > \alpha' \cot. \alpha \left[k + h + \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \cos \alpha - r \right] \\ + \alpha' \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \sin \alpha + 2 \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \sin \frac{\beta}{2} \sin \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right)$$

seyn.

Für $\alpha = 15, \beta = 15, \varphi = \alpha + \beta = 30$ wird

$$68. 2k + 7. r > \delta \text{ und } w > \Psi;$$

Für $\alpha = 30, \beta = 0, \varphi = 30$ wird

$$33. 3k + 2. 333. r > \delta \text{ und } w > \Psi;$$

Für $\alpha = 30, \beta = 30, \varphi = 60$ wird

$$33. 3k + 14. 66. r > \delta \text{ und } w > \Psi;$$

Für $\alpha = 60, \beta = 0, \varphi = 60$ wird

$$8. 51. k + 2. 2r > \delta \text{ und } w > \Psi;$$

Für $\alpha = 60, \beta = 30, \varphi = 90$ wird

$$19. k + 20. 86 r > -\delta \text{ und } w > \Psi.$$

Aus diesen bedeutenden Differenzen überzeugt man sich, dass Ψ stets viel kleiner als w und der angeregte Zweifel ungegründet ist, wenn man erwägt, dass δ nur ungefähr zu dem 15^{ten} Theil des Halbmessers r angenommen zu werden pflegt.

Stellt man die Vergleichung für die Voraussetzung an, dass $c > 0$ ist, und setzt man $\S = F. \frac{\cos c.}{\sin \alpha} \cos (c + \alpha)$: so findet man wieder den Satz begründet, dass Ψ kleiner als w ist. Es ist leicht begreiflich, dass dieser Satz um so mehr für horizontal übermauerte Gewölbe gelten müsse.

§. 63.

Bisher haben wir die Breite der Widerlagen so bestimmt, dass sie weder auf ihren Basen gleiten, noch sich auswärts drehen können.

Nach §. 39. kann ein Gewölbe noch einstürzen, wenn seine Widerlagen auch gegen die Gefahr des Gleitens und des Drehens gesichert sind. Dieser Fall tritt ein, wenn ihr oberer Theil über dem untern vom Horizontaldruck weggeschoben werden kann. Dieses aber setzt nothwendig voraus, dass der Horizontaldruck grösser als die Adhärenz des erhärteten Mörtels und die Reibung der Steine ist.

Nach Boistard's Versuchen ist die Adhärenz des erhärteten Mörtels auf dem bayerischen Quadratfuss gleich 10. 6 bayerischen Zentnern oder dem Gewichte

von ungefähr 10. 6 Kubikfuss Quadern oder 15 Kubikfuss Backsteinen. Nimmt man die Breite der Widerlage zu w Fuss und ihre Länge zu 1 Fuss an, so ist die Adhärenz des Mörtels auf w Quadratfuss Quader gleich 10. 6 w .

Soll ein Gewölbe gegen die erwähnte Gefahr geschützt seyn, so muss für ein nacktes Gewölbe, wenn Fig. VI. die mittlere Höhe der Polsterschichte $\omega\epsilon 4 O \omega' = \kappa'$ und $c = 30$ ist,

$$43 \cdot g' \leq \mu (w' \cdot \kappa' + \varphi \cdot g') + 10. 6 w' \text{ also}$$

$$w' \geq \frac{(43 - \mu \cdot \varphi) g'}{\mu \cdot \kappa' + 10. 6}$$

seyn.

Nun fanden wir §. 40

$$w \geq \frac{(43 - \mu \cdot \varphi) g'}{\mu \cdot \kappa}$$

Soll nun $w' < w$ seyn, so muss $\mu \kappa' + 10. 6 > \mu \kappa$ oder $\kappa' + \frac{10. 6}{\mu} > \kappa$ also, da $\mu = 0. 5$ ist, $\kappa' + 21. 2 > \kappa$ seyn. Es ist aber κ höchst selten gleich 21. 2, folglich kann die fragliche Gefahr in gewöhnlichen Fällen nicht eintreten, wenn der Widerlage die Breite w §. 40. gegeben, und noch weniger, wenn die Breite mit Rücksicht auf die Lastwagen grösser als w §. 40. angenommen wird.

Für horizontal übermauerte und mit Menschen überfüllte Gewölbe ist der Widerlage oberer Theil $\omega\epsilon 4 L M \omega' = w'' \cdot \kappa' + \left(w'' - \frac{\delta}{r} a \right) \left[d + \delta + h - \frac{\delta}{r} (r - h) \right]$ sohin für $c = 30$

$$w'' \geq \frac{0. 73 \left[\delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) + d (r + \delta) \right] - \mu \cdot a \left(d + \delta + \frac{h + r}{2} \right) + \mu \cdot \frac{r^2}{2} \varphi'}{\mu (d + \delta + h + \kappa') + 10. 6}$$

Vergleichen wir diese Formel mit der §. 42. gefundenen, so ergibt sich gleichfalls das Resultat, dass, wenn $\kappa' + 21. 2 > \kappa$, die fragliche Gefahr nicht eintreten kann.

Für die Brücke zu München kann man $\kappa' = 3. 54$ annehmen, folglich wird $3. 54 + 21. 2 > 13$, $w' = 5. 6$ und $w'' = 4. 7$, während §. 48. $w = 9. 8$ und §. 49. $w = 7$ für $c = 30$ und $\mu = 0. 5$ gefunden wurde.

Brächte man die Einwirkung der Lastwagen in Anschlag, so erhielte man $w' = 17. 5$ und $w'' = 16. 6$, folglich kleinere Werthe, als $w = 18. 8$. §. 55.

Für Gewölbe aus Backsteinen muss $\kappa' + 30 > \kappa$ seyn. Da κ gewöhnlich viel kleiner als 30 ist, so kann noch weniger Gefahr für solche Gewölbe vorhanden seyn.

In den höchst seltenen Fällen, dass $\kappa > 21$ oder > 30 ist, darf man nur die obern Polsterschichten ungefähr bis zur Tiefe $\kappa - 20$ oder $\kappa - 29$ mit dem untern Theil der Widerlagen verdübeln.

Bei diesen Berechnungen wird vorausgesetzt, dass vor Ausrüstung des Gewölbes der Mörtel in den Fugen der Widerlagen die von Boistard zu 10. 6 Zentner angegebene Adhärenz erlangt hat.

Für den Fall, dass man dieses Umstandes nicht ganz gewiss ist, ist eine Verdübelung der obern Schichten, wenigstens der vordern, oder eine Versetzung der Quader in der Art, dass einzelne um einige Zoll höher als die obern und untern in diese eingreifen, und dadurch die horizontalen Schichten unterbrechen, wie bei dem Pfeiler der neuen Brücke zu Neuburg an der Donau, anzurathen.

Bei dem Bau des Gewölbes der schönen Kirche zu Montauban wurden die Lehrgerüste abgebrochen, ehe der Mörtel der Widerlagen ganz erhärtet war, und es stürzten die Gewölbe ein. Man stellte sie wieder her, rüstete sie eben so bald aus, und sie stürzten wieder ein. Gauthier wurde berufen, um Rath zu schaffen. Er fand das Material gut, die Widerlagen hinlänglich dick, und rieth den eingestürzten Theil der Widerlagen wie vorher, die Gewölbe aber erst das dritte Jahr aufzuführen. Dieser Rath wurde befolgt, und das Gewölbe steht seitdem fest da.

Da die Austrocknung des Mörtels in den Widerlagen eine wesentliche Bedingung der Stabilität eines Gewölbes ist, so dürfen sie im Winter beim Froste nicht aufgeführt werden, eben so wenig die Gewölbe selbst.

Die Vernachlässigung dieser Cautelle ist eine der Ursachen des Einsturzes der Herdicker Ruhrbrücke, wobei der Bauinspektor Hartmann sein Leben in den Wellen eingebüsst hat, eines vor einigen Jahren zu München erbauten Hauses, wobei mehrere Arbeiter verunglückt sind etc. etc.

XIII. K a p i t e l.

Von der vor der Ausrüstung nöthigen Hintermauerung eines Tonnen-Gewölbes und von seinem grössten Drucke auf den Lehrbogen.

§. 64.

Der gleich dicke Bogen $\eta\alpha\eta\mu\alpha\varsigma$ Fig. IX. ruhe auf seinem Lehrbogen, und sey aus gleich breiten Keilen zu $\alpha = 1^\circ 26'$ Centralwinkel zusammengesetzt. Zerlegt man die Schwere $g = ae$ des obersten Keiles in eine mit der Fuge $i\beta$ parallele oder radiale Seitenkraft af und in eine auf der Fuge $i\beta$ normale

ab, so ist nach der allgemeinen Formel §. 4. $af = f' = \frac{g \cdot \cos(\alpha + c)}{\cos c}$ und
 $ab = p' = g \cdot \sin \alpha$, wenn c den Reibungswinkel bezeichnet. Eben so wird
 die radiale hg des zweiten Keiles $= \frac{g \cdot \cos(2\alpha + c)}{\cos c}$ und seine normale hm
 $= p'' = g \cdot \sin 2\alpha$.

Da aber der vom ersten auf den zweiten Keil übergehende Normaldruck
 $p' = lm$ in eine auf die zweite Fuge 2γ normale $ln = p' \cdot \cos \alpha$ und in eine
 mit ihr parallele oder radiale $nm = -p' \cdot \sin \alpha$ (weil nm dem Drucke hg oder
 dem von m nach γ wirkenden entgegengesetzt ist) sich wieder auflöst: so wird
 der radiale Druck f'' des zweiten Keils $= \frac{g \cdot \cos(2\alpha + c)}{\cos c} - p' \cdot \sin \alpha$
 $= \frac{g \cdot \cos(2\alpha + c)}{\cos c} - g \cdot \sin^2 \alpha$, und der normale $p'' = g \cdot \sin 2\alpha +$
 $p' \cdot \cos \alpha = g \cdot \sin 2\alpha + g \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

Auf ähnliche Weise wird der Radialdruck f''' des dritten Keils $= \frac{g \cdot \cos(3\alpha + c)}{\cos c}$
 $- p'' \cdot \sin \alpha$, und sein Normaldruck $p''' = g \cdot \sin 3\alpha + p'' \cdot \cos \alpha$ und all-
 gemein
 der Radialdruck f^n des n^{ten} Keiles $= \frac{g \cdot \cos(n\alpha + c)}{\cos c} - p^{n+1} \cdot \sin \alpha$ und
 sein Normaldruck $p^n = g \cdot \sin n\alpha + p^{n+1} \cdot \cos \alpha$.

Die anliegende Tabelle XXXV. enthält die hiernach für $c = 0$ berechne-
 ten Werthe des Radialdruckes vom 1^{ten} bis 42^{sten} Keil, von welch letzterm an
 alle folgenden negative Werthe des Radialdruckes erhalten. Da die für $c > 0$
 berechneten Radialpressungen kleiner als für $c = 0$ sich ergeben: so müssen
 die der Tabelle zur Berechnung des Druckes des Gewölbes auf seinen Lehrbo-
 gen der Sicherheit halber angenommen werden. Addirt man die positiven Ra-
 dialpressungen, für beide Hälften eines Halbkreis-Gewölbes, und dividirt man
 die Summe durch die Anzahl seiner Keile, so erhält man als mittlere Radi-
 alpression eines Keiles 0. 63757. g, anstatt welcher Couplet 0. 65425. g mit-
 tels Differenzialrechnung unter Voraussetzung unendlich vieler Keile gefunden hat.

Da nun die Grösse des Radialdruckes auf die Lehrgerüste gefunden ist,
 so ist man ihre nöthige Stärke zu bestimmen im Stande.

Aus dieser Untersuchung erhellet, dass für $c = 0$ die unter dem 41^{sten}
 Keil vom Scheitel an oder unter $41 \times 1^\circ 26' = 58^\circ 46'$ liegenden Keile vom
 Lehrbogen sich zu entfernen streben. Will man mit Berücksichtigung der Rei-
 bung oder für $c > 0$ den Keil des Gewölbes auf jeder Seite, von welchem an

der Radialdruck negativ wird, (folglich alle unter ihm liegenden Keile vom Lehrbogen sich zu entfernen streben) erforschen: so kann dieses mit Hilfe der Tabelle XXXV. durch einige Versuche geschehen, ohne besondere Tabellen mühsam berechnen zu müssen.

Da $p^{n-1} \sin \alpha$ unverändert bleibt, weil darin c nicht vorkommt, und $f^n = \frac{g \cdot \cos (n \alpha + c)}{\cos c} - p^{n-1} \cdot \sin \alpha$ für $c > 0$ so wie auch

$f^n = g \cdot \cos n \alpha - p^{n-1} \cdot \sin \alpha$ für $c = 0$ ist, so wird, wenn man aus letzter Gleichung den Werth von $p^{n-1} \cdot \sin \alpha = g \cdot \cos n \alpha - f^n$ in die erstere setzt, diese $f^n = \frac{g \cdot \cos (n \alpha + c)}{\cos c} - g \cdot \cos n \alpha + f^n$, worin f^n aus der

Tabelle entnommen werden kann, und nur noch die Differenz $\frac{g \cdot \cos (n \alpha + c)}{\cos c} - g \cdot \cos n \alpha$ berechnet werden darf, um den Werth von f^n zu erhalten. Durch einige Versuche wird man denjenigen Werth von f^n finden, welcher negativ zu werden beginnt, sohin den n^{ten} Keil wissen, welcher zuerst vom Lehrbogen sich zu entfernen strebt.

Für $c = 30$ wird der Radialdruck des 31. 5^{ten} oder des unter 45° vom Gewölbschlusse liegenden Keiles zuerst negativ.

Für $c = 40$ findet dieses bei dem 28^{sten} oder unter 40° vom Schlusse liegenden Keile, und

für $c = 55 \frac{1}{4}$ bei dem 21^{sten} oder unter 30° vom Schlusse befindlichen Keile statt.

Hieraus folgt die wichtige Lehre, dass, da der dem Aufsteigen unterworfenen Bogen bei $c = 0$ kleiner als für $c > 0$ und der Reibungswinkel für Gewölbesteine höchstens nur 40° ist, gleich dicke Gewölbbögen, deren Hälfte nur 40 oder weniger als 40 Grade haben, eine Hintermauerung auf ihren Lehrbögen nicht bedürfen; bei Bögen aber, deren Hälfte mehr als 40 Grade haben, eine Hintermauerung von unten auf und zwar bis zur Höhe des vom Schlusse an gerechnet 40^{sten} Keiles erforderlich ist. Nach dieser Regel bedarf ein Halbkreis-Gewölbe eine Hintermauerung von 50° auf jeder Seite, und ein Gewölbe, dessen Hälfte 67° misst, eine Hintermauerung von 27° auf jeder Seite. Nach Herrn Langsdorfs Regel ist die Hintermauerung bis zum (vom Schlusse an gerechnet) 30^{sten} Grad auf jeder Seite zu führen.

Boistard beobachtete an einem von ihm gebauten Modelle eines gleich dicken Halbkreis-Gewölbes, dass die untern Keile zusammen von 42° sich vom Lehrbogen entfernten, kurz ehe der Schlussstein gelegt wurde, und zwar so, dass ihr mittlerer dem grössten Zwischenraum zwischen sich und dem Lehrbogen bildete, und dieser Zwischenraum nach oben und unten zu fast gleich abnahm. Die Entfernung der Keile vom Lehrbogen begann daher unter dem 48^{sten} Grade

vom Schlusse angerechnet, welcher Grad von dem für $c = 30$ von mir angegebenen 45^{ten} Grad nur um 3° verschieden ist; welches daher rührt, dass seine Keile ziemlich glatte Flächen hatten. (S. Hrn. v. Wiebekings Wasserbau-Kunde 3^{ter} Band S. 657).

Nähme man c etwas kleiner als 30 an, so erhielte man genau den dem angeführten Versuche zugehörigen Winkel von 48° .

XIV. K a p i t e l.

Von der Dicke der oben horizontalen Brückengewölbe.

§. 65.

Es ist §. 23. gezeigt worden, dass $H' - h''$ stets negativ wird, und gegen die nämliche Grösse der andern Gewölbhälfte sich aufhebt, so lange, als der Reibungswinkel c der Steine grösser als 0 ist. Ob eine der übrigen Horizontalpressungen $H'' - h'''$, $H''' - h^4$, $H^4 - h^5$ etc. bei horizontal übermauerten Gewölben negativ oder positiv wird, hängt von der Dicke oder Höhe der Gewölbkeile ab. Würden mehrere der Horizontalpressungen der zweiten bis zur m^{ten} Fuge durchgängig negativ, oder zwar positiv, die darauf folgenden Horizontalpressungen bis zur $(m + n)^{\text{ten}}$ Fuge *) aber negativ und grösser als die vorhergehenden positiven u. s. f.: so möchte die Besorgniss entstehen, dass der negativ oder von der Linken nach der Rechten, d. i. nach innen wirkende Horizontaldruck der linkseitigen Gewölbhälfte und der gleichfalls negativ oder von der Rechten nach der Linken, d. i. nach innen gehende Horizontalgegendruck der rechtseitigen Gewölbhälfte Fugentrennungen nach Oben verursachen könnten. Es soll nun diejenige Dicke der Gewölbkeile gefunden werden, bei welcher entweder alle diese Horizontalpressungen positiv oder wenigstens die obern positiven stets so gross werden, dass sie die darauf folgenden negativen mit Berücksichtigung ihrer Hebelsarme überwiegen, oder wenigstens im Gleichgewichte halten, mithin die Besorgniss einer Gefahr verschwindet. Die Ausmittlung der diesem Zwecke entsprechenden Gewölbdicke ist nur möglich, wenn der Reibungswinkel nicht gleich 0 angenommen wird. In der nachstehenden Untersuchung wird dieser Winkel zu 30° festgesetzt.

Nimmt man die Horizontalpressungen, wie bisher zur Sicherheit der Stabilität, in den obersten Punkten 2, 3, 4 etc. der Fugen an, und denkt man sich

*) Ist die zunächst folgende Horizontalpression $H^{(m+n)} - h^{(m+n+1)}$ an der $(m+n+1)^{\text{ten}}$ Fuge wieder positiv, so vermindert sie die vorhergehende negative Horizontalpression.

von diesen Punkten nach dem lothrechten Radius c A horizontale Linien gezogen, so ist begreiflich, dass diejenigen negativen Horizontalpressungen, deren Richtungen noch innerhalb der Schlusssteindicke $A\alpha$ sich befinden, eine Fugentrennung nicht herbeiführen können. Diese ist nur von den negativen Pressungen, deren Richtungen unter α den Radius c A treffen, zu befürchten. Die erstern Pressungen, welche ihn zwischen A und α treffen, müssten daher in der Berechnung unbeachtet bleiben, weil die gleichen Gegenpressungen der gegenüberstehenden Gewölbhälfte sie aufheben. Zur Sicherheit des Kalküls und der Stabilität werden desswegen die Horizontalpressungen in den untersten Punkten γ , δ , ϵ etc. der Fugen angenommen. Die Aufgabe ist nun jede der Horizontalpressungen $H'' - h''$, $H''' - h'''$ etc. mit ihrem Hebelsarm zu multiplizieren, oder die Momente derselben in Bezug auf das Hypomochlion α zu suchen. Diese Hebelsarme befinden sich in dem Radius c α und sind die Sinus versus der Winkel $\gamma\alpha$, $\delta\alpha$ etc., oder, da die Keilwinkel durchgängig gleich zu 1° bisher vorausgesetzt worden, der Winkel $1\frac{1}{2}^\circ$, $2\frac{1}{2}^\circ$ etc. In der Tabelle XXXIII sind diese Momente berechnet.

Die Horizontalpressungen, deren Momente in derselben angegeben sind, bestehen 1) aus dem Horizontaldrucke der Gewölbkeile, Tabelle IV, 2) aus dem Horizontaldrucke der auf ihnen ruhenden Stirnmauer, Tabelle IX, und 3) aus dem Horizontaldrucke der zu dieser noch gehörigen Mauer, Tabelle XIV.

Da der sub N^{ro} 1 erwähnte Horizontaldruck die Grösse $g' = 0.01745 \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$ sohin δ^2 , und der sub N^{ro} 2 die Grösse $(r + \delta)^2$ also ebenfalls δ^2 enthält, so hat man zur Vereinfachung der Berechnung, nämlich zur Vermeidung einer unreinen quadratischen Gleichung für die gegen r^2 ohnehin nur kleine Grösse δ^2 die ihr sehr nahe kommende Grösse $\left(\frac{r}{15}\right)^2 = 0.00444$. $r^2 = 0.005 r^2$ gesetzt, weil die Gewölbdicke δ in der Regel ungefähr zu dem 15^{ten} Theil des Radius angenommen wird. Ferner wird bemerkt, dass d in der Tabelle XIV. zu 1. 8' zur Berechnung der Momente genommen wurde.

Addirt man die einer gewissen Zahl Keile angehörigen Momente in der Tabelle XXXIII, so müssen die positiven Grössen P die negativen N in der letzten Rubrik dieser Tabelle übertreffen oder ihnen wenigstens gleich seyn, damit keine Fugentrennungen denkbar sind. In beiden Fällen bleibt daher das Verhältniss der positiven zu den negativen Grössen unverändert, wenn sie durch die ihnen gemeinschaftliche Grösse 57. 3 r dividirt werden. Auf diese Weise verbleibt den in der letzten Rubrik enthaltenen negativen Zahlen der gemeinschaftliche Faktor r^2 , so wie den positiven Zahlen der zweiten, dritten und vierten Rubrik die Faktoren δ , r , r , δ . Da der Radius r stets grösser als die Gewölbdicke δ ist, so erhellet, dass der Faktor r^2 die übrigen Faktoren weit übertrifft. Dieser Faktor r^2 ergibt sich aus der Tabelle IX, wenn $(r + \delta)^2$

entwickelt wird, folglich entstehen die negativen Grössen aus der Tabelle IX. Vergleicht man die darin auf den 21^{sten} Keil folgenden Zahlen, so überzeugt man sich, dass letztere immer kleiner sind, als die für den 21^{sten} Keil, und zwar bis zum 41^{sten} Keil, von wo die Zahlen bis zum 52^{sten} Keil von der für den 21^{sten} Keil wenig unterschieden sind, vom 52^{sten} Keil aber wieder kleiner als letztgenannte Zahl sind. Aus diesem Grunde habe ich nur die Momente vom 2^{ten} bis zum 21^{sten} Keil inclus. summirt.

Hiernach erhielt ich

$$0.000270078. \delta + 0.000270078. r + 0.000115165. r. \delta - 0.000010969. r^2 = P - N = D$$

Setzt man $D = 0$, und lässt man das erste den Faktor δ enthaltende Glied aus der Summe, welches mit hinreichender Genauigkeit geschehen kann, weil die übrigen Glieder den viel grössern Faktor r enthalten, so verschwindet dieser Faktor durch Division aus der Gleichung und aus dieser so veränderten entwickelt sich die einfache Gleichung $\delta = 0.09524. r - 2.34$.

§. 66.

Hätte man die Momente bis zum 23^{sten} Keil inclus. summirt, so würde man $\delta = 0.086136. r - 2.30$ erhalten haben. Dieser Ausdruck unterscheidet sich von dem ersten (§. 65.) nicht bedeutend. Er ist kleiner als dieser, weil die auf den 21^{sten} Keil folgenden zwei Horizontalpressungen nicht negativ, sondern positiv werden, ohne dass das Moment des 23^{sten} Keils die vorhergehenden negativen vermindern kann.

Die Summe der Momente nur bis zum 12^{ten} Keil inclus. gäbe

$$\delta = 0.0938. r - 2.31.$$

Die Summe der Momente bis zum 16^{ten} Keil inclus.

$$\delta = 0.0847. r - 2.31. \text{ und}$$

die Summe der Momente bis zum 17^{ten} Keil inclus.

$$\delta = 0.1065. r - 2.39.$$

Vergleicht man diese Werthe mit dem zuerst gefundenen, so springt der nicht grosse Unterschied vom letztern in die Augen.

Ich habe daher $\delta = 0.09524. r - 2.34$ als die richtigere Grösse zur Berechnung der Tabelle XXXIV. vorgezogen.

§. 67.

Hätte man das erste Glied in der Gleichung $D = 0$ beibehalten, so würde sich $\delta = \frac{0.09524. r^2 - 2.345. r}{r + 2.345}$ ergeben haben. Diese Gleichung gibt fast die nämlichen Werthe von δ als die einfachere $\delta = 0.09524. r - 2.34$, wenn r bedeutend grösser als 2.345 ist.

§. 68.

Letztere Gleichung gibt zwar $\delta = 0$ für $r = 1\frac{1}{2}'$ und δ gar negativ für $r < 1\frac{1}{2}'$; allein es ist zu bemerken, dass diese Werthe aus der Gleichung $P - N = 0$ oder $D = 0$ hervorgingen, und als die Minima von δ zu betrachten sind. Setzt man $P - N$ grösser als 0 und einer kleinen positiven Grösse oder $+D$ gleich, so erhält man höhere Werthe von δ und eine grössere Bürgschaft für die Stabilität der Gewölbe.

Die Gewölb Dicke der neuen Brücke bei München ist 3', weicht also von dem für ihren Radius $r = 50$ aus meiner Formel sich ergebenden Minimum $\delta = 2.42'$ nur um 0.58' ab, und gewährt hinreichende Bürgschaft.

Für $r = 150'$ entziffert sich aus meiner Formel $\delta = 12'$. Dieser grosse Werth möchte vielleicht Manchen auffallen; allein Sganzin gibt (Siehe Tabelle XIX. in Wesermanns Handbuch für Strassen- und Brückenbau) für den grossen Radius $r = 152' 9'' 8'''$ der um $\frac{1}{3}$ gedrückten Bögen schon $\delta = 11' 6''$ an.

§. 69.

Noch übriget zu untersuchen, welchen Einfluss ein Lastwagen von 90 Kubikschuh Stein Schwere an der nachtheiligsten Stelle auf die Bestimmung der Gewölb Dicke ausübe. Der durch diese Last entstehende Horizontaldruck h'' auf die Fuge 1 β von der Linken nach der Rechten darf nur dann unbeachtet bleiben, wenn er durch den Gegendruck eines andern und gleich schweren Wagens an der nachtheiligsten Stelle der gegenüberstehenden Gewölbhälfte aufgehoben wird. Nun ist $h'' = 57.3. \cos 30\frac{1}{2}. \cos 31\frac{1}{2} \times 3$ (§. 55.) und sein Moment in Bezug auf das Hypomochlion α $h'' (1 - \cos \frac{1}{2}) r$.

Der auf die Fuge 2 γ von der Rechten nach der Linken gerichtete Horizontaldruck $H'' = 57.3. \cos 30\frac{1}{2}. \cos 31\frac{1}{2} \times 3$ und sein Moment $H'' (1 - \cos 1\frac{1}{2}) r$, mithin $H'' r (1 - \cos 1\frac{1}{2}) - h'' r (1 - \cos \frac{1}{2}) = 0.000668 \times 57.3. r$. Nimmt man diese Grösse in die Summe der Momente auf, so wird in Folge der mit letzterer vorgenommenen Division erstere $= 0.000668$ und ein ergänzendes Glied der Gleichung $P - N = D$. Wird $D = 0$ und ihr erstes Glied $0.000270078. \delta$ weggelassen, so verändert sich δ in $\delta' = 0.09524. r - 2.34 - \frac{5.81}{r}$.

Für etwas bedeutende Werthe von r wird das letzte Glied so klein, dass $\delta' = \delta$ bleibt. Was übrigens von $P - N > 0$ gesagt wurde, gilt auch hier.

§. 70.

Da der Formel für die Gewölb Dicke die Voraussetzung gleicher Keildicken zum Grunde liegt, so lässt sich leicht einsehen, dass diese Formel zur Bestimmung der Schlusssteindicke derjenigen Gewölbe, deren Keile vom Schlusse abwärts an Dicke zunehmen, nicht gänzlich gelten können.

XV. K a p i t e l.

Von der Breite der Pfeiler eines Tonnengewölbes.

§. 71.

Hat ein Tonnengewölbe mehr als einen Bogen, folglich einen oder mehrere Zwischenpfeiler, so fragt sich, welche Breite sie erhalten sollen, wenn man die Bögen einzeln oder alle zugleich ausrüstet.

Es ist klar, dass im ersten Falle die Pfeiler die Breite der Widerlagen erhalten müssen, und im zweiten eine mindere Breite genügt. Die von den Ingenieuren bisher angegebenen Regeln zur Bestimmung der Pfeilerbreite im zweiten Falle beruhen theils auf willkürlichen Annahmen und theils auf unhinlänglichen Gründen.

Es ist nicht zu läugnen, dass eine ganz befriedigende Lösung dieser Aufgabe mit vielen Schwierigkeiten verknüpft ist. Gleichwohl versuchte ich dieselbe zu lösen. Der Meinung einiger Ingenieure, dass die Breite der Pfeiler von der erforderlichen Anzahl der Pfähle abhängt, kann ich nur für höchst seltene Fälle beipflichten, indem die Zahl der nöthigen Pfähle wohl breitere Unterlagen (Sockel), aber nur höchst selten eine grössere Breite der Pfeiler bedingen kann. So viel ist gewiss, dass ein Pfeiler wenigstens so breit seyn müsse, dass er zur Lagerung zweier Bögen Raum genug darbietet, und von der zu tragenden Last nicht zerdrückt werden kann. Bezeichnet δ die Keilhöhe s4 Fig. VI, ϕ den Winkel des halben Bogens, so ist $\epsilon t = \delta \cdot \sin \phi$. Es muss also die Pfeilerbreite $v = 2 \delta \cdot \sin \phi$ wenigstens seyn, um zwei Bögen aufnehmen zu können. Wenn ferner $\mathfrak{B}$ den Vertikaldruck eines halben, horizontal übermauerten Gewölbes, κ die Höhe eines Pfeilers und $\frac{h}{m}$ §. 79. den m^{ten} Theil der grössten Höhe eines aus der Steingattung des Gewölbes bestehenden Parallelepipeds, welches sein eigenes Gewicht zu tragen vermag, bedeutet: so ist

$$2 \frac{\mathfrak{B}}{v} + \kappa = \frac{h}{m} \text{ also } v = \frac{2 \mathfrak{B}}{\frac{h}{m} - \kappa}. \text{ Es muss mithin die Pfeilerbreite auch so gross seyn,}$$

als diese Gleichung angibt, damit der Pfeiler nicht zerdrückt werde. Allein dieses findet fast immer statt.

Da aus diesen Formeln das Minimum der Pfeilerbreite sich ergibt, so ist noch ihr Maximum zu bestimmen. Hiezu bediene ich mich nachstehender Hypothese.

Man nehme an, dass die Widerlagen und die Zwischenpfeiler schon erbaut sind, ehe die Bögen aufgeführt werden; denke sich ferner Fig. XI. N^{ro} 1. die zwei ersten Pfeiler durch eiserne Stangen gl mit Spliessen an den Enden so verbunden, dass sie bei Einwirkung eines hinreichenden Horizontaldruckes zugleich gleiten oder um e und f sich drehen müssen, nehme den ersten (der Widerlage nächsten) Bogen zuerst ausgeführt, und ihn erst nach Vollendung des zweiten ausgerüstet an: so kann die Breite der Pfeiler gefunden werden, welche dem Horizontaldruck hinreichenden Widerstand leistet.

Sind alle Bögen einander gleich und nackt, wie zur Zeit der Ausrüstung, so hebt sich der Horizontaldruck von c nach n gegen den gleichen von m nach n auf, der von m nach o, welcher auf die Widerlage wirkt, wird mit ihrem Widerstande im Gleichgewichte vorausgesetzt, folglich übriget nur noch der Horizontaldruck von c nach h. Benennt man ihn mit $\mathfrak{H}$, sein Moment in Bezug auf das Hypomochlion f mit $\mathfrak{H}.T$, den Vertikaldruck des halben Bogens mit $\mathfrak{B}$, sein Moment in Bezug auf a, b oder g mit $\mathfrak{B}.t$, die Höhe ad der Pfeiler mit k, ihre Breite df mit v: so können die zwei Pfeiler de und af nicht gleiten, wenn

$$\mathfrak{H} \leq \mu (3 \mathfrak{B} + 2. k. v).$$

Bezeichnet man die Breite der Widerlagen mit w, und setzt man voraus, dass diese Breite dem Horizontaldrucke hinreichenden Widerstand leistet: so ist

$$\mathfrak{H} \leq \mu (\mathfrak{B} + k. w).$$

Da $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}$ ist, so muss auch $\mu (3 \mathfrak{B} + 2. k. v) = \mu (\mathfrak{B} + k. w)$ seyn. Hieraus entwickelt sich $v = \frac{w}{2} - \frac{\mathfrak{B}}{k}$ also $< \frac{w}{2}$.

Die Breite der Pfeiler darf also kleiner als die halbe Breite der Widerlagen seyn, damit erstere nicht gleiten können.

Wendet man diese Formel auf die Brücke zu München an, für welche §. 48. $w = 9.8$ sich fand: so erhält man $v = 3$.

Sollen die zwei Pfeiler sich auch nicht drehen können, so muss

$$\mathfrak{H}.T \leq \mathfrak{B} (t + v) + \mathfrak{B} (t + v) - \mathfrak{B}.t + k. v^2$$

seyn.

Da eben so wenig die Widerlagen sich drehen sollen, so muss auch

$$\mathfrak{H}.T \leq \mathfrak{B} (t + w) + \frac{k.}{2} w^2 \text{ seyn.}$$

Weil $\mathfrak{H}.T = \mathfrak{H}.T$ ist, so ergibt sich

$$v \geq -\frac{\mathfrak{B}}{k} + \sqrt{\frac{\mathfrak{B}^2}{k^2} + \frac{\mathfrak{B}.w}{k} + \frac{w^2}{2}} \text{ also } > \frac{w}{2} \text{ oder nahe } = \frac{w}{2}.$$

Die Breite des Pfeilers muss mithin nur etwas grösser oder fast eben so gross als die halbe Breite der Widerlagen seyn, damit erstere sich nicht drehen können.

Für die Brücke zu München fand sich §. 50. $w = 15$ in dem Falle, dass $c = 30$ und die Widerlagen sich nicht drehen können. Hiernach berechnet sich die Breite der Pfeiler $v = 9$. Ihre wirkliche Breite beträgt 8, folglich fast so viel, als die Formel angibt.

Für die neue Brücke über die Donau in Ulm fand sich §. 47. $w = 17,91$, folglich wird $v = 9,8$.

Nimmt man die Bögen einander nicht gleich, sondern den zweiten Bogen weiter an, setzt seinen Horizontaldruck $= \mathfrak{H}'$, sein Moment $= \mathfrak{H}' T'$, seinen Vertikaldruck $= \mathfrak{B}'$, und sein Moment in Bezug auf a und b $= \mathfrak{B}' t'$, so wird für den Fall des Nichtgleitens

$$\mathfrak{H}' - (\mathfrak{H}' - \mathfrak{H}) = \mathfrak{H} \leq \mu (2 \mathfrak{B}' + \mathfrak{B} + 2 k v).$$

Für die Widerlagen ist

$$\mathfrak{H} + (\mathfrak{H}' - \mathfrak{H}) = \mathfrak{H}' \leq \mu (\mathfrak{B} + k w).$$

Zieht man beide Gleichungen von einander ab, so erhält man

$$v \geq \frac{w}{2} - \frac{\mathfrak{B}'}{k} - \frac{(\mathfrak{H}' - \mathfrak{H})}{2 \mu k}.$$

Für den Fall des Nichtdrehens der Pfeiler wird

$$\mathfrak{H} T \leq \mathfrak{B}' (t' + v) + \mathfrak{B} (t + v) - \mathfrak{B}' t' + k v^2$$

und für die Widerlagen

$$\mathfrak{H}' T' \leq \mathfrak{B} (t + w) + \frac{k}{2} w^2.$$

Zieht man beide Gleichungen von einander ab, so erhält man

$$v \geq - \frac{(\mathfrak{B}' + \mathfrak{B})}{2 k} + \sqrt{\left(\frac{\mathfrak{B}' + \mathfrak{B}}{2 k}\right)^2 + \frac{\mathfrak{B}'}{k} w + \frac{w^2}{2} - \left(\frac{\mathfrak{H}' T' - \mathfrak{H} T}{k}\right)}$$

Denkt man sich nach Herstellung der zwei ersten Bögen den zweiten und dritten Pfeiler gleichfalls mit eisernen Stangen aq Fig. XI. N^{ro} 2. verbunden, und den dritten Bogen gänzlich aufgeführt, so kann man die den ersten und zweiten Pfeiler verbindenden Stangen herausnehmen, und den zweiten Bogen ausrüsten. Den dritten Bogen rüstet man aus, wenn zuvor der dritte und vierte Pfeiler mit Stangen ps Fig. XI. N^{ro} 3. verbunden, der vierte Bogen vollendet, und die den zweiten und dritten Pfeiler verbindenden Stangen herausgenommen sind. Auf diese Weise wird fortgefahren, bis alle Bögen hergestellt sind.

Gibt man den Pfeilern solcher Bögen, welche man gleichzeitig aufführt und ausrüstet, die nach meiner Hypothese berechnete Breite: so ist sie in der

Regel hinreichend. Fällt sie so gering aus, dass man befürchtet, die Pfeiler können der Gewalt der Eisschollen seitwärts nicht genug widerstehen: so kann man sie um etwas vergrössern. Eine zweite Ausnahme macht der Fall, in welchem ein oder einige Pfeiler als Widerlagen dienen müssen. Dieser Fall tritt ein bei solchen Brücken, deren militärische Lage die Sprengung eines oder mehrerer Bögen besorgen lässt.

Nicht unangeregt kann die Frage bleiben, ob nicht nach meiner Hypothese die Bögen einer Brücke einzeln wirklich ausgeführt werden können. Diese Frage ist von hohem Interesse für die Floss- und Schifffahrt so wie für die Brücken selbst, da bei gleichzeitiger Erbauung und Einrüstung aller Bögen der Strom versperrt wird, und ein Hochwasser zumal beim Eisgange schon manche im Bau begriffene Brücke zerstört hat. Diese Frage verdient die Würdigung der mit neuen Vorschlägen nicht ungern sich befreundenden Ingenieure.

Um sich zu überzeugen, dass die Eisenstangen keinen zu grossen Kostenaufwand bedingen, füge ich seine Berechnung für die Brücke zu München bei.

Für einen ihrer Bögen nehme ich acht runde, aus mehreren zusammen schraubbaren Stücken bestehende Stangen von 75' Länge und x Zoll Durchmesser und die absolute Festigkeit *) des deutschen Schmid-Eisens von einem Quadratzoll zu 570 Zentner, zur Sicherheit aber nur zu 190 Zentner an. Da der Horizontaldruck des 30 Fuss breiten Bogens 3450 Zentner beträgt, so ist

$$8 \times 190 \times \frac{\pi}{4} x^2 = 3450 \text{ folglich } x = 1.7 \text{ Zoll.}$$

Rechnet man den Zentner Schmid-Eisen zu 13 fl., so kosten die acht Stangen 670 fl., und, da man ihrer 16 bedarf, 16 Stangen 1340 fl.

XVI. K a p i t e l.

Von der Stelle des absolut grössten Normaldruckes der Tonnengewölbe in Bezug auf Zermalmbarkeit ihres Materials.

§. 72.

Da der Normaldruck grösser ist, wenn man die Reibung der Keile unter sich nicht berücksichtigt, oder $c = 0$ annimmt: so setze ich in den folgenden Untersuchungen $c = 0$.

*) Nach den neuesten Versuchen des Herrn Professor Liebherr fand sie sich zu 636 bis 948 Zentner, die des Gusseisens aber zu 3. 2 Zentner.

§. 73.

Für einen gleich dicken und nackten Bogen $\Lambda\pi\epsilon\alpha$ Fig. VII. sey $c\epsilon = r$, $\epsilon\pi = \delta$, $ac\epsilon = \varphi$, $a\epsilon = r$. φ' : so ist sein Flächeninhalt

$$F = \frac{\varphi \cdot \pi}{360} [(r + \delta)^2 - r^2] = \varphi' \cdot \delta \left[r + \frac{\delta}{2} \right].$$

Ist T. X auf der Fuge $\epsilon\pi$ normal, so ist $F = TU$ und $\frac{F}{\sin \varphi} = \frac{\varphi'}{\sin \varphi} \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) = TX = N^\varphi$ der Normaldruck auf der Fuge $\epsilon\pi$.

Da der Bogen im Verhältnisse zu seinem Sinus immer grösser wird, je grösser er selbst ist: so erhellet, dass das Minimum von N^φ für $\varphi = 0$ oder im Scheitel, und das Maximum an den untersten Fugen statt findet.

Weil $\frac{\varphi'}{\sin \varphi} = 1$ für $\varphi = 0$ ist, so wird $N^0 = \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$.

Für $\varphi = 90$ wird $N^{90} = \frac{\pi}{2} \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) = 1.57 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$. Setzt man in Herrn Eytelweins Formeln (S. 216 et 217 seiner Statik) $G = 1$, $b = \delta$ und $r = r + \frac{\delta}{2}$, so erhält man die nämlichen Ausdrücke für N^0 und N^{90} .

§. 74.

Für einen ungleich dicken und nackten Bogen, dessen Keilhöhe vom Scheitel herab gleichmässig zunimmt, im Scheitel $= \Delta$ und unten δ ist, wird

$N^0 = \Delta \left(r + \frac{\Delta}{2} \right)$ und $N^\varphi = \frac{\varphi'}{\sin \varphi} \left(\frac{\Delta + \delta}{2} \right) \left(r + \frac{\Delta}{2} \right)$, welche zwei Grössen das Minimum und das Maximum ausdrücken.

§. 75.

Für einen horizontal übermauerten Bogen von gleicher oder ungleicher Keilhöhe $GL'\pi\epsilon\alpha$ Fig. VII. sey $GA = d$, $A\alpha = \Delta$, $\epsilon\pi = \delta$, $c\epsilon = r$, $ac\epsilon = \varphi$ und $a\epsilon = r$. φ' : so ist sein Flächeninhalt

$$F = (r + \delta) \sin \varphi [d + \Delta + (1 - \cos \varphi) r] - \frac{r^2}{2} \varphi' + \frac{1}{2} (r^2 - \delta^2) \cos \varphi \cdot \sin \varphi.$$

Ist TX auf der Fuge $\epsilon\pi$ normal, so wird $F = UT$ und

$$\frac{F}{\sin \varphi} = (r + \delta) [d + \Delta + (1 - \cos \varphi) r] - \frac{r^2 \varphi'}{2 \sin \varphi} + \frac{1}{2} (r^2 - \delta^2) \cos \varphi = TX = N^\varphi$$

der Normaldruck auf der Fuge $\epsilon\pi$.

Sucht man das Minimum oder Maximum des Normaldruckes, so wird $\frac{dN^\varphi}{d\varphi} = 0 - \infty + \infty = 0$ für $\varphi = 0$, also findet das Maximum oder Mi-

nimum bei $\varphi = 0$ und zwar das Minimum statt, weil

$$N^0 = (d + \Delta) (r + \delta) - \frac{\delta^2}{2} \text{ für } \varphi = 0 \text{ und}$$

$$N^{90} = (d + \Delta) (r + \delta) + 0.2146 r^2 + r. \delta \text{ für } \varphi = 90, \text{ sohin } N^0 < N^{90} \text{ wird.}$$

Da das Minimum des Normaldruckes in den Scheitel des Gewölbes trifft: so nimmt der Normaldruck von da bis zur untersten Fuge $\epsilon\pi$ zu.

Setzt man $\Delta = \delta$ und $d = 0$, so wird $N^0 = \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$ für $\varphi = 0$, und, da im Scheitel der Normaldruck zugleich der Horizontaldruck ist, $N^0 = H = \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$, ein Werth, der schon §. 21. gefunden wurde.

§. 76.

Es ist nun allgemein bewiesen, dass der absolut kleinste Normaldruck im Scheitel, und der absolut grösste in den untersten Fugen eines Gewölbes, es mag gleich oder ungleich dick, nackt oder horizontal übermauert seyn, statt findet, und die entgegengesetzte Meinung einiger Ingenieur irrig ist.

§. 77.

Obschon der absolut grösste Druck auf die untersten Fugen eines Gewölbes trifft, so ist doch der Druck auf die untersten Fugen $S' 4^\circ$, $S 4^\circ$ der Widerlagen oder Pfeiler wenigstens bei Halbkreisgewölben noch grösser als der erstere; denn zerlegt man den Normaldruck N^φ auf die unterste Fuge $\epsilon\pi$ in einen lothrechten Druck L und in einen horizontalen, so wird $L = N^\varphi \sin \varphi = F$ also $L = F$, wie es ohnehin begreiflich ist. Zu diesem Drucke kommt noch der des Stückes $\epsilon S' 4^\circ \pi$, folglich ist der Gesamtdruck L' auf die Fuge $S' 4^\circ = F + h'. \delta. \sin \varphi$, wenn h' die mittlere Höhe der Widerlage zwischen $\epsilon S'$ und $\pi 4^\circ$, $\delta = \epsilon\pi$ also $\delta. \sin \varphi = \epsilon t'$ ist.

Soll nun $F + h'. \delta. \sin \varphi > \frac{F}{\sin \varphi}$ oder $> N^\varphi$ seyn, so muss

$$\frac{(1 - \sin \varphi)}{\sin \varphi} F + h'. \delta. \sin \varphi > 0 \text{ seyn. Für } \varphi = 90 \text{ wird } h'. \delta > 0, \text{ mithin}$$

ist der Druck auf die letzten Fugen der Widerlagen oder Pfeiler bei Halbkreisgewölben noch grösser, als der Normaldruck auf die untersten Gewölbfugen. Bei Erörterung des relativ grössten Druckes wird bewiesen werden, dass dieser auf die letzten Fugen der Widerlagen oder Pfeiler trifft, das Gewölbe mag $2\varphi = 180^\circ$ oder $2\varphi < 180^\circ$ haben, er folglich grösser ist, als der auf die untersten Fugen des Gewölbes.

XVII. K a p i t e l.

Von der Stelle des relativ grössten Normaldruckes der Tonnengewölbe in Bezug auf die Zermalmbarkeit ihres Materials.

§. 78.

Der relativ grösste Normaldruck ist der auf einen Quadratfuss treffende absolut grösste Normaldruck.

Bei Bögen von gleicher Keilhöhe δ , sie mögen nackt oder horizontal übermauert seyn, trifft der relativ grösste Normaldruck in die untersten Fugen, und der relativ kleinste in den Scheitel des Gewölbes, wie es keines Beweises bedarf; folglich ist $\frac{N^\varphi}{\delta}$ der relativ grösste Normaldruck, wenn N^φ den absolut grössten bedeutet. Für $\varphi = 90$ ist der relativ grösste Normaldruck der nackten Bögen $\frac{N^{90}}{\delta} = 1.57 \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$. Der relative Druck auf die letzten Fugen der Widerlagen oder Pfeiler ist $\frac{F + h' \cdot \delta \cdot \sin \varphi}{\delta \cdot \sin \varphi} > \frac{N^\varphi}{\delta} = \frac{F}{\delta \sin \varphi}$ oder $h' > 0$.

Für Gewölbe von ungleicher Keilhöhe findet sich die Stelle des relativ grössten Normaldruckes durch Differenzirung von $\frac{N^\varphi}{\Delta + f(\varphi)}$ oder $d \frac{N^\varphi}{\Delta + f(\varphi)} = 0$, wenn die Keilhöhe im Scheitel mit Δ und in irgend einer untern Stelle mit $\Delta + f(\varphi)$ oder mit einer Funktion von φ bezeichnet wird.

§. 79.

Herr Quantin und Herr v. Wiebeking haben über die rückwirkende Festigkeit oder das Zermalmen der Steine mehrere Versuche angestellt. Sie finden sich in Herrn Eytelweins Statik S. 420 et 421, und in Herrn v. Wiebeking's Wasserbaukunde Auflage II, Bd. III. S. 593 angeführt.

Nach diesen Versuchen kann ein steinernes Parallelepiped von einem bayerischen Fuss Grundfläche und einer in nachstehender Tabelle in bayerischen Fussen angegebenen Höhe h sein eigenes Gewicht noch tragen, ohne unten zerdrückt zu werden.

Steingattung	Höhe des Parallelepiped = h
gelber Sandstein aus Neubayern am Inn - - - - -	580
Nagelflue - - - - -	800
gut gebrannter Mauerstein - -	1830
Kalkstein von Lengries - - -	1940
röthlicher Sandstein von Neu- bayern - - - - -	3000 bis 5170

Die Sicherheit fordert, dass die zu einem Gewölbe gewählte Steingattung eine mehrfache Festigkeit habe, als der relativ grösste Normaldruck des Gewölbes bedingt. Aus diesem Grunde muss $\frac{N\varphi}{\delta} = \frac{h}{m}$ seyn, wenn $\frac{N\varphi}{\delta}$ den relativ grössten Normaldruck und m eine Zahl > 1 bedeutet. Gewöhnlich nimmt man mit Navier $m = 10$ an; alsdann ist man auch sicher, dass die untersten Steine der Widerlagen oder Pfeiler, wenn sie anders nicht ungewöhnlich hoch sind, nicht zerdrückt werden. In ausserordentlichen Fällen müsste man

$$\frac{F + h' \delta \sin \varphi}{\delta \sin \varphi} = \frac{h}{m} \text{ oder } \frac{N\varphi}{\delta} + h' = \frac{h}{m} \text{ setzen.}$$

XVIII. K a p i t e l.

Von der grössten Weite der gleich dicken Gewölbe in Bezug auf die Zermalmbarkeit ihres Materials.

§. 80.

Für einen gleich dicken und nackten Bogen von 2φ Graden muss

$$\frac{N\varphi}{\delta} = \frac{\varphi'}{\sin \varphi} \left(r + \frac{\delta}{2} \right) = \frac{h}{m} \text{ also } r = \frac{\sin \varphi \cdot h}{\varphi' \cdot m} - \frac{\delta}{2} \text{ seyn.}$$

Ist $2\varphi = 180$, so wird $\frac{N^{\circ 0}}{\delta} = 1.57 \left(r + \frac{\delta}{2} \right) = \frac{h}{m}$ und $r = 0.636 \frac{h}{m} - \frac{\delta}{2}$. Nimmt man nach der von mir gegebenen Regel $\delta = 0.09524. r - 2.3$

an, so wird $r = 0.608 \frac{h}{m} - 1$. Wählt man gelben Sandstein aus Neubayern, und nimmt $m = 10$ an, so wird $\frac{h}{10} = 58$ und $r = 36'$; also wird die grösste Weite eines gleich dicken und nackten Halbkreisbogens aus diesem Sandstein $2r = 72'$. Wählte man aber gebrannten Backstein, so würde $r = 112$ und $2r = 224$.

Für einen gleich dicken und horizontal übermauerten Bogen von 2φ Graden muss $\frac{N^{\circ 0}}{\delta} = \left(\frac{r + \delta}{\delta} \right) [d + \delta + (1 - \cos \varphi) r] - \frac{r^2 \varphi'}{2\delta \sin \varphi} + \left(\frac{r^2 - \delta^2}{2\delta} \right) \times \cos \varphi = \frac{h}{m}$ seyn.

Ist $2\varphi = 180$, so wird $\frac{N^{\circ 0}}{\delta} = \left(\frac{r + \delta}{\delta} \right) (d + \delta) + 0.2146. \frac{r^2}{\delta} + r = \frac{h}{m}$, und wenn man $d = 1.8$ und $\delta = 0.09524. r - 2.3$ setzt, $\frac{r^2 - 6.875 r + 2.77}{0.23. r - 5.55} = \frac{h}{m}$. Diese Grösse wird ein Minimum und zwar $\frac{h}{m} = 163.8$ für $r = 44.5$, folglich, wenn h unveränderlich angenommen wird, m ein Maximum. Es ist daher die grösste Weite eines gleich dicken und horizontal übermauerten Halbkreisgewölbes $2r = 89'$ und seine Dicke oder Keilhöhe $\delta = 1.93'$.

Nachstehende Tabelle enthält die dem Halbmesser r entsprechenden Werthe von m für $h = 1830$

r	$\frac{h}{m}$	m
35	395	4.6
44.5	163.8	11.1
50	363	5
100	534	3.4
200	955	1.9
300	1386	1.3

Für einen gleich dicken und horizontal übermauerten Bogen von $2\varphi = 60$ also von der Weite des Halbmessers wird, wenn man $d = 1.8$ und $\delta = 0.09524. r - 2.3$ setzt, $\frac{r^2 - 5.637. r - 8.84}{0.609. r - 14.73} = \frac{h}{m}$ und das Minimum $\frac{h}{m} = 139.1$ für $r = 45'$ also $m = 13.1$ für $h = 1830$ und $\delta = 1.97$. Es ist folglich die grösste Weite eines solchen Gewölbes $45'$.

Bemerkung. Herr Eytelwein liess diesen Gegenstand fast ganz unberührt, indem er in seiner Statik Bd. II. S. 421. nur den mittlern Halbmesser eines gleich dicken, sandsteinenen Gewölbes suchte, dessen Schlussstein nicht zerdrückt werden kann. Er fand für einen Sandstein, dessen Festigkeit auf einem Quadratzoll 2631 Pfund beträgt, den grössten Halbmesser $r = 19.93$ Fuss, indem er irrig $132. r = 2631$ setzte, anstatt $132. r = 2631 \times 144$, weil die rückwirkende Festigkeit eines Quadratfusses anstatt der eines Quadratzolles in Rechnung kommen muss, wenn r in Fussen angenommen wird. Diese Berichtigung gibt $r = 2870'$ anstatt $r = 19.93'$.

Der vom Herrn Eytelwein begangene Verstoß entging dem anonymen Verfasser der 1831 erschienenen Theorie der Gewölbe und Kettenlinien, eine Entdeckung, indem er erinnert, dass dessen ungeachtet von einem solchen Materiale 200 Fuss weite Gewölbe seit Jahrhunderten existiren.

XIX. K a p i t e l.

Von Tonnengewölben gleicher, rückwirkender Festigkeit.

§. 81.

Soll ein nackter Bogen von ungleicher Keilhöhe in allen Fugen gleiche und mehrfache Festigkeit haben, so muss sein relativer Normaldruck in jeder Fuge gleich $\frac{h}{m}$ seyn, folglich im Scheitel $\frac{N^0}{\Delta} = r + \frac{\Delta}{2} = \frac{h}{m}$ und im φ^{ten} Grade

$$\frac{N^\varphi}{\Delta^\varphi} = \frac{\varphi'}{\sin \varphi} \left(\frac{\Delta + \Delta^\varphi}{2 \Delta^\varphi} \right) \left(r + \frac{\Delta}{2} \right) = \frac{h}{m}, \text{ wenn } \Delta^\varphi \text{ die Keilhöhe im } \varphi^{\text{ten}} \text{ Grade bezeichnet.}$$

Da $\frac{N^0}{\Delta} = \frac{N^\varphi}{\Delta^\varphi} = \frac{h}{m}$ seyn muss, so wird $\Delta^\varphi = \frac{\varphi' \cdot \Delta}{2 \sin \varphi - \varphi'}$.

Durch Differenzirung dieser Grösse ergibt sich, dass das Minimum von Δ^φ im Scheitel oder bei $\varphi = 0$ statt findet, und die Keilhöhe vom Scheitel abwärts immer mehr zunimmt.

Für $\varphi = 30$ wird $\Delta^{30} = 1.099. \Delta$ und

» $\varphi = 90$ wird $\Delta^{90} = \frac{\Delta}{\frac{4}{\pi} - 1} = 3.663. \Delta$.

Setzt man $\varphi = 90$, $\Delta = 0.09245. r - 2.3$ und $r = 35$: so wird $\Delta = 1$, $\Delta^{90} = 3.66$ und $\frac{h}{m} = 35.5$ also $m = 51.7$ für $h = 1830$; für $r = 100$ aber $\Delta = 7$, $\Delta^{90} = 25.6$ und $\frac{h}{m} = 103.5$ also $m = 17.7$ für $h = 1830$.

Soll ein horizontal übermauerter Bogen von ungleicher Keilhöhe durchaus gleiche und mehrfache Festigkeit haben, so muss sein relativer Normaldruck in jeder Fuge gleich $\frac{h}{m}$, folglich $\frac{h}{m} = \frac{N^0}{\Delta} = \frac{N^\varphi}{\Delta^\varphi}$ seyn.

Da $\frac{N^0}{\Delta} = \left(\frac{d + \Delta}{\Delta} \right) (r + \Delta) - \frac{\varphi \Delta^2}{2 \Delta}$, und $\frac{N^\varphi}{\Delta^\varphi} = \left(\frac{r + \Delta^\varphi}{\Delta^\varphi} \right) \times$
 $\times [d + \Delta + (1 - \cos \varphi) r] - \frac{r^2 \varphi'}{2 \sin \varphi \cdot \Delta^\varphi} + \frac{1}{2} \left(\frac{r^2 - \varphi \Delta^2}{\Delta^\varphi} \right) \cos \varphi$, so
 kann man Δ^φ finden, wenn d , Δ , r und φ gegeben sind.

Durch Differenzirung findet man das Minimum von Δ^φ bei $\varphi = 0$, also im Scheitel, und von da abwärts nimmt die Keilhöhe immer mehr zu.

Für $\varphi = 90$ und $\Delta^{90} = \delta$ wird $\frac{N^{90}}{\delta} = \frac{(d + \Delta)(r + \delta) + 0.2146. r^2 + r. \delta}{\delta}$
 $= \frac{N^0}{\Delta} = \left(\frac{d + \Delta}{\Delta} \right) (r + \delta) - \frac{\delta^2}{2 \Delta}$, folglich $\delta^2 (d + \Delta) - \frac{\delta}{2} \delta^2 + \delta (d r - d. \Delta - \Delta^2) = r \Delta (d + \Delta + 0.2146. r)$ (B).

Setzt man in dieser Gleichung $\frac{\Delta}{2} \delta^2$ für $\frac{\delta}{2} \delta^2$, so erhält man eine unrein quadratische Gleichung und einen Annäherungswerth von δ . Mittels geringer Veränderung von δ findet man den genauern Werth von δ aus der Gleichung (B).

Für $d = 1.8$, $r = 35$ und $\Delta = 1$ erhält man anfangs $\delta = 5.6$ und weiters $\delta < 6.5$ und $\delta > 6$, endlich $\delta = 6.2$ sehr genau, mithin $\delta = 6.2. \Delta$.

Eben so kann man $\Delta\varphi$ für jede Zwischenfuge aus $\frac{N^0}{\Delta} = \frac{N^\varphi}{\Delta\varphi}$ finden.

Nimmt man $h = 1830$ an, so wird in obigem Beispiele $\frac{h}{m} \cdot \Delta \cdot \delta = \frac{1830 \times 6.2}{m}$ und $N^0 \cdot \delta = 596$ also $m = 19$. Das Halbkreisgewölbe von den angegebenen Dimensionen erhält auf diese Weise eine gleiche und 19fache Festigkeit.

Setzt man $\frac{\Delta \cdot \delta^2}{2}$ für $\frac{\delta^3}{2}$ in der Gleichung (B), so verändert sie sich in nachstehende

$$\delta^2 \left[d + \Delta - \frac{\Delta}{2} \right] + d [d \cdot r - d \cdot \Delta - \Delta^2] = (d \cdot \Delta + \Delta^2) r + 0.2146 \cdot \Delta \cdot r^2$$

oder

$$\delta = -\frac{d(r - \Delta) + \Delta^2}{2d + \Delta} + \sqrt{\frac{(d + \Delta) \Delta \cdot r + 0.2146 \cdot \Delta \cdot r^2}{d + \frac{\Delta}{2}} + \left[\frac{d(r - \Delta) - \Delta^2}{2d + \Delta} \right]^2}$$

Setzt man hierin $\Delta = 0.09524 \cdot r - 2.3$: so wird $\Delta = 1$ und $\delta = 6.2 = 6.2 \Delta$ für $r = 35$, $d = 1.8$, so wie auch $\Delta = 5$ und $\delta = 35.1 = 7 \cdot \Delta$ für $r = 77.12$, $d = 1.8$.

Nimmt man $\frac{h}{m} = \frac{1830}{10} = \frac{N^0}{\delta} = \frac{(d + \Delta)(r + \delta) + 0.2146 \cdot r^2 + r \cdot \delta}{\delta}$ an, so wird $\delta = \frac{(d + \Delta) r + 0.2146 \cdot r^2}{183 - d - \Delta - r}$.

Für $\frac{h}{m} = 183$, $d = 1.8$, $\Delta = 1$ und $r = 35$ wird $\delta = 2.4 = 2.4 \Delta$,
 » $\frac{h}{m} = 183$, $d = 1.8$, $\Delta = 5$ und $r = 77.12$ » $\delta = 18.2 = 3.6 \Delta$

Für ein horizontal übermauertes Gewölbe von $2\varphi = 60^\circ$ also von der Weite des Halbmessers wird

$$N^{30} = \frac{F'}{\sin 30} = d r + \Delta \cdot r + 0.0434 \cdot r^2 + d \cdot \delta + \Delta \cdot \delta + 0.1340 \cdot \delta \cdot r - 0.4330 \cdot \delta^2.$$

Ist $d = 2$, $\Delta = 4$ so wird $N^{30} = 6 \cdot r + 6 \delta + 0.0434 \cdot r^2 + 0.1340 \cdot \delta \cdot r - 0.4330 \cdot \delta^2$ und

$$N^0 = \frac{F}{\sin 0} = (d + \Delta)(r + \delta) - \frac{\delta^2}{2}.$$

Ist $d = 2$, $\Delta = 4$ (meiner Regel nicht gemäss), so wird
 $N^0 = (d + \Delta)(r + \delta) - \frac{\delta^2}{2} = 6 \cdot r + 6 \cdot \delta - 0.5000 \cdot \delta^2.$

Soll das Gewölbe gleiche Festigkeit erhalten, so muss

$$\frac{N^0}{4} = \frac{N^{30}}{\delta} \text{ also } \delta \cdot N^0 = 4 N^{30} \text{ und } 5.4640. \delta \cdot r + 4.2680. \delta^2 = 0.5000. \delta^3 \\ = 24. r + 24. \delta + 0.1736. r^2 \text{ seyn.}$$

Für $r = 273$ muss $\delta = 13 = 3\frac{1}{4} \Delta$ seyn.

Da $\frac{N^0}{4} = 408$ ist, so muss, wenn $\frac{h}{m} = \frac{h}{10} = 408$ seyn soll, $h = 4080$ seyn, welches bei dem röthlichen Sandstein von Neubayern statt hat.

Für $\varphi = 30$, $r = 100$, $\Delta = 7.2$ (meiner Regel gemäss), $d = 2$ und $h = 1830$ wird $\delta = 11.4$ (unten) $= 1.58 \Delta$ und $m = 12.1$ also $\frac{h}{m} = 151.$

Setzt man in $\frac{N^{30}}{\delta} = \frac{h}{m}$ die Grösse $\delta = \Delta$, $d = 1.8$ und

$$\delta = 0.0952. r - 2.3, \text{ so erhält man } \frac{h}{m} = \frac{r^2 - 5.637. r - 884}{0.609. r - 14.73} \text{ und}$$

das Minimum von $\frac{h}{m}$ sohin das Maximum von m für $r = 45$ durch Differenzirung, und zwar $\frac{h}{m} = \frac{1830}{m} = 139.1$ folglich $m = 13.1$ und $\delta = 1.97.$

XX. K a p i t e l.

Von den gleich dicken Kreuzgewölben und von der Breite ihrer Widerlagen.

§. 82.

Herr v. Maillard ist der Einzige, welcher von dem Drucke der Kreuz-, Kappen-, Kuppel-, böhmischen und gothischen Gewölbe gehandelt hat. Allein er hat die Reibung der Gewölbsteine nur in einer Fuge berücksichtigt. Ich bringe die Reibung in allen Fugen, wie bei Tonnengewölben, in Anschlag, und bediene mich des Reibungswinkels c anstatt des Reibungscoefficienten.

Setzt man $c = 0$, so ergeben sich die Resultate für den Fall, dass die Reibung nicht berücksichtigt werde. Es ist sohin meine Behandlung der Aufgabe allgemeiner und der Erfahrung entsprechender, als die des genannten

Schriftstellers. Zur Vereinfachung des Calculs bringe ich die Grate und die partiele Hintermauerung, den Zusammenhang der Widerlagmauern mit den Quermauern nicht in Anrechnung, nehme die Widerlagen isolirt und ganz voll, ohne Fenster und Thüröffnungen Anfangs an, und beschränke mich auf die einfachsten, kreisförmigen Gewölbe. Ihren Kubikinhalt bestimme ich, indem ich die Fläche der Gewölbe in ihrer halben Dicke mit ihrer ganzen Dicke oder Keilhöhe multiplizire. Diese Bemerkung gilt für alle noch abzuhandelnden Gewölbarten.

§. 83.

Ein Kreuzgewölbe entsteht, wenn die Hälfte oder ein Abschnitt eines hohlen Cylinders auf Seite seiner Flächen von der Hälfte oder einem Abschnitte eines andern hohlen Cylinders durchkreuzt wird.

Es sey Fig. XIII. $at = \frac{1}{2}$, $bt = td = \frac{b}{2}$, Fig. XIV. $oo'' = \delta$, $o''c = r$, $n'co' = \varphi$, so ist $n'x = \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \sin \varphi$. Es ist ferner Fig. XIII. $ao' : n'o' = at : bt$, oder $ao' : \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \sin \varphi = \frac{1}{2} : \frac{b}{2}$, also $ao' = \frac{1}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \sin \varphi = y$ und der Bogen $o's = dy = \frac{1}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \cos \varphi \cdot d\varphi$; weiters ist $n'o'm' = 2\left(r + \frac{\delta}{2}\right) \varphi$ und $\int n'o'm' \times o's = \int \frac{2l}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \varphi \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi = \frac{2l}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \times [\varphi \cdot \sin \varphi + \cos \varphi] + C = F$.

Da $F = 0$ bei $\varphi = 0$ ist, so wird $C = -\frac{2l}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2$, folglich $F = \frac{2l}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 [\varphi \cdot \sin \varphi + \cos \varphi - 1] = \frac{2l}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \left[\varphi \cdot \frac{b}{2} + h\right]$, wenn h die Höhe des Gewölbes bis zur Mitte seiner Dicke bezeichnet, und Fig. XIV. $\varphi = h \cdot co' = \beta$ angenommen wird. Es ist nun der Flächeninhalt F einer Kappe abd Fig. XIII. gefunden.

Für $\varphi = 90$ wird $F = \frac{2l}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \left[\frac{\pi}{2} - 1\right]$ und für $l = b$ wird

$$F = 2 \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) = \frac{l^2}{4} (\pi - 2)$$

und für alle vier Kappen oder das Kreuzgewölbe $bBDD$

$$F = l^2 (\pi - 2).$$

Auf eine andere Art erhält man die allgemeine Gleichung, wenn Fig. XIII. $yr = y'r'$ als unendlich kleinen Bogen $= \left(r + \frac{\delta}{2}\right) d\varphi$ gesetzt und das Integral $\int n'y \times y'r' + \int m'y \times yr = 2 \int m'y \times yr$ gesucht wird. Da $m'y : yd = l : d$, und $yd = \psi$ i Fig. XIV. $= x'i - x'\psi = \left(r + \frac{\delta}{2}\right) (\sin \beta - \sin \varphi)$:

so ist $m'y = \frac{1}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right) (\sin \beta - \sin \varphi)$ und $F = 2 \int m'y \times yr = \int \frac{2l}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \times d\varphi [\sin \beta - \sin \varphi] = \frac{2l}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 (\varphi \cdot \sin \beta + \cos \varphi) + C = \frac{2l}{b} \times \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 (\varphi \cdot \sin \beta + \cos \varphi - 1)$, die nämliche Gleichung, welche schon gefunden wurde.

Man nehme nun an, die halbe Fläche der Schlusskeilreihe sey $\frac{F}{2} = atym'$ Fig. XIII, die Fläche der ihr nächsten Gewölbkeile $= f = m'yrp$, der ersten Reihe entspreche der Centralwinkel $m. \alpha$ und der zweiten der Winkel α : so ist $\frac{F}{2} = \frac{1}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 [m. \alpha' \cdot \sin \beta + \cos m. \alpha - 1]$ und $f = \frac{1}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 [\alpha' \cdot \sin \beta + \cos (m + 1) \alpha - \cos m. \alpha]$, weil $f = atrp - atym' = F' - F$ ist.

Den Kubikinhalt der Gewölbtheile erhält man, wenn man die Flächen F , f mit δ multipliziert.

§. 84.

Da nun der Horizontaldruck auf die Länge $dg = \frac{1}{2}$ der Widerlage Fig. XIII.

$$\mathfrak{H}' = \frac{\delta \cdot f}{\sin \alpha} \cos (c + m. \alpha) \cdot \cos [c + (m + 1) \alpha] \text{ ist,}$$

und sein Maximum $\mathfrak{H} = \frac{1}{b} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \cdot \sin \beta \cdot \cos^2 c = \frac{1}{2} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \cdot \cos^2 c$

bei $m = 0$ und $\alpha = 0$ statt findet, so ist $\mathfrak{H}^0 = \frac{1}{b} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2$ für $c = 0$ und

$$\mathfrak{H} = \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 = \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \frac{1}{2} \text{ für } c = 0, l = b \text{ und } \beta = 90$$

der grösste Horizontaldruck auf die Länge $dg = \frac{1}{2}$ der Mauer.

Der nämliche Ausdruck für $\mathfrak{H}^0$ ergibt sich auch, wenn man $\mathfrak{H} = \frac{F}{2} \delta \cdot \cot. m. \alpha$ setzt, und sein Maximum sucht.

Da der Horizontaldruck auf einen Schuh Länge der Mauer $\mathfrak{H} = \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \cos^2 c$

$$\text{und} \quad \mathfrak{H}^0 = \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \text{ für } c=0$$

ist, Ausdrücke, welche ich für gleich dicke Tonnengewölbe angegeben habe: so erhellet, dass Tonnen- und Kreuzgewölbe gleichen Horizontaldruck haben.

Die Sicherheit der Anwendung erfordert, dass man das Maximum des Horizontal-Druck-Moments in Bezug auf den Umdrehungspunkt R Fig. XIV.

auf der Linie eE Fig. XIII. annehme. Nun ist dieses Moment Maximum = $\mathfrak{H} \cdot \kappa$, wenn $PR = P'R' = \kappa$ gesetzt wird.

§. 85.

Der Vertikaldruck ist $\mathfrak{B} = \frac{\delta \cdot F}{2}$ auf die Länge $dg = \frac{1}{2}$ und $\mathfrak{B} = \frac{\delta \cdot F}{1}$ auf einen Fuss Länge der Widerlage.

Das Moment des Vertikaldruckes der halben Kappe atd in Bezug auf R erhält man, wenn $td = x'i = \frac{b}{2}$, $S'R' = w$ und $\frac{F}{2} \delta \cdot t' = \mathfrak{B} \cdot t' = \int \frac{1}{b} \times \times \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 [d\varphi' \cdot \sin \beta - d\varphi' \cdot \sin \varphi] \left[\frac{b}{2} + w - \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \sin \varphi\right] + C$ gesetzt wird. Es wird nämlich dieses Moment

$$\mathfrak{B} \cdot t' = \frac{1}{b} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \left[\left(\frac{b}{2} + w\right) (\varphi' \cdot \sin \beta + \cos \varphi) + \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \times \right. \\ \left. \times \left(\sin \beta \cdot \cos \varphi + \frac{\varphi'}{2} - \frac{1}{2} \sin \varphi \cdot \cos \varphi\right) \right] + C.$$

Da $\mathfrak{B} \cdot t' = 0$ ist, wenn $\varphi = 0$ gesetzt wird: so muss $C = -\frac{1}{b} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \times \left[\left(\frac{b}{2} + w\right) + \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \sin \beta \right]$ seyn, also

$$\mathfrak{B} \cdot t' = \frac{1}{b} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \left[\left(\frac{b}{2} + w\right) (\varphi' \cdot \sin \beta + \cos \varphi - 1) + \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \times \right. \\ \left. \times \left(\sin \beta \cdot (\cos \varphi - 1) + \frac{\varphi'}{2} - \frac{1}{2} \sin \varphi \cdot \cos \varphi\right) \right].$$

Für $\varphi = \beta$ wird

$$\mathfrak{B} \cdot t' = \frac{\delta \cdot F}{2} \cdot t' = \frac{1}{b} d \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \left[\left(\frac{b}{2} + w\right) (\beta' \cdot \sin \beta - \sin v \cdot \beta) + \right. \\ \left. \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \left(\frac{\beta'}{2} - \sin \beta \cdot \sin v \cdot \beta - \frac{1}{2} \sin \beta \cos \beta\right) \right] \\ = \frac{1}{b} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \left[\frac{\beta'}{2} \left(\frac{b^2}{2} + \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 + b \cdot w\right) - \frac{b}{2} \left(h + r + \frac{\delta}{2}\right) \right. \\ \left. - h \cdot w \right] \text{ auf die Länge } dg = \frac{1}{2}, \text{ wenn } h \text{ die Höhe des Gewölbes bis zur halben} \\ \text{Keilhöhe bezeichnet, also } \mathfrak{B} \cdot t' = \frac{\delta \cdot F}{1} \cdot t' \text{ auf einen Fuss Länge der Widerlage.}$$

Für $\varphi = \beta = 90$ und $l = b$ wird $\frac{b}{2} = r + \frac{\delta}{2}$ und

$$\mathfrak{B} \cdot t' = \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \left[w \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) + \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \left(\frac{3}{4} \pi - 2\right) \right].$$

§. 86.

Für den Fall des Nichtdrehens der Widerlage muss

$$\mathfrak{H} \cdot \kappa \leq \mathfrak{B} \cdot t' + \frac{k}{2} w^2$$

und für den Fall des Nichtgleitens

$$\S \leq \mu. (\mathfrak{B} + k. w.)$$

seyn, wenn

$\S$, $\S k$, $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{B}. t'$ für einen Fuss Länge der Widerlage genommen werden.

Wenden wir nun die erste dieser Formeln auf ein paar Beispiele an.

Es sey die Gewölbhöhe $h = 2\frac{2}{3}$ der dritte Theil der Gewölbreite, $l = b = 8$, $\delta = \frac{1}{2}$, $k = 12$, $c = 30$, so ist $\beta = 67^\circ 23'$, $r = 4.07$ und es wird die Breite der Widerlage $w \geq 1.5$. Setzt man $c = 0$, so wird $w \geq 1.8$.

Ein Gleiten der Widerlage findet für diese Breite nicht statt, man mag $c = 30$ oder $c = 0$ annehmen.

Es sey wieder die Gewölbhöhe der dritte Theil der Gewölbreite, $l = b = 20$, $\delta = \frac{1}{2}$, $k = 12$, $c = 0$, so ist gleichfalls $\beta = 67^\circ 23'$, $r = 10.02$ und es wird die Breite der Widerlage $w \geq 2.67$.

Ein Gleiten derselben findet bei dieser Breite nicht statt.

XXI. K a p i t e l.

Von den gleich dicken Kappen- oder Klostergewölben und von der Breite ihrer Widerlagen.

§. 87.

Wenn die Hälfte oder ein Abschnitt eines hohlen Cylinders auf seinen offenen zwei Seiten von der Hälfte oder einem Abschnitte eines andern hohlen Cylinders durchkreuzt wird, so entsteht ein Kappen- oder Klostergewölbe.

Fig. XIII. stelle die obere Ansicht eines solchen Gewölbes in der Mitte seiner Dicke, Fig. XV. sein Profil durch su , Fig. XVI. sein Profil durch zt vor, und es sey $co = r$, $co' = r + \frac{\delta}{2}$. Nun ist Fig. XIII.

$n'm' : bd = ao' : at$ also $n'm' = \frac{2b.}{1} ao'$, $ao' = \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \sin \varphi = a'o'$ Fig. XVI,

$$o's = \left(r + \frac{\delta}{2}\right) d\varphi', \text{ mithin } F = \int n'm' \times o's = \int \frac{2b}{1} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \sin \varphi \cdot d\varphi' + C$$

$$= -\frac{2b}{1} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \cos \varphi + C. \text{ Für } \varphi = 0 \text{ ist } F = 0 \text{ also } C = \frac{2b}{1} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \text{ und}$$

$$F = \frac{2b}{1} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 (1 - \cos \varphi) = \frac{2b}{1} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 h$$

der Flächeninhalt einer Kappe abd Fig. XIII, wenn h die Höhe des Gewölbes bis zur Mitte seiner Dicke Fig. XVI. bezeichnet, und $\varphi = \alpha = \beta$ angenommen wird.

Für $\varphi = 90$ und $b = 1$ wird $F = 2 \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 = \frac{12}{2}$, folglich für die vier Kappen oder das Kappengewölbe $bBDd$ $F = 8 \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 = 212$.

Da die Fläche eines Kreuzgewölbes auf quadratischer Grundfläche bei $\varphi = 90$ $F = 12 (\pi - 2)$ ist: so folgt, dass die Fläche eines Kreuz- und Kappengewölbes $F = 12 (\pi - 2) + 212 = 12 \cdot \pi = 2 \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \pi \times 2 \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$ also gleich der Fläche eines ganzen Cylinders von der Länge seines Durchmessers $2 \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$ ist.

Es sey nun Fig. XIII. $an'm' = F$ die Fläche der Schlusskeilreihe, $n'qpm' = aqpa - an'm' = F' - F = f$ die Fläche der Nebenreihe, der ersten Reihe entspreche der Winkel $m.\alpha$ und der zweiten der Winkel α , so ist

$$F = \frac{2b}{1} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \cdot (1 - \cos m.\alpha) \text{ und } f = 2 \frac{b}{1} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \cdot (\cos m.\alpha - \cos (m+1).\alpha).$$

§. 88.

Der Horizontaldruck auf die Länge $bd = b$ der Mauer Fig. XIII. ist

$$\mathfrak{H} = \frac{\delta \cdot F}{\sin \alpha} \cos (c + m.\alpha) \cdot \cos (c + (m+1).\alpha)$$

und es wird sein Minimum $\mathfrak{H} = 0$ für $c = 30$, $m = 0$ und $\alpha = 0$

sein zweites $\mathfrak{H} = 0$ für $c = 30$, $m = 0$ und $\alpha = 60$

und sein Maximum $\mathfrak{H} = 0.268 \frac{b}{1} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \cdot \cos c$

$$= 0.232 \frac{b}{1} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \text{ für } c=30, m=0 \text{ und } \alpha=30$$

durch Differenzirung gefunden.

Setzt man $c=0$, so ist der Horizontaldruck auf die Länge $bd=b$ der Mauer

$$\mathfrak{H} = \delta \cdot F \cdot \cot. m.\alpha = 2 \frac{b}{1} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \cdot (1 - \cos m.\alpha) \cot. m.\alpha,$$

also sein Minimum $\mathfrak{H} = 0$ für $m.\alpha = 0$,

sein gemeines (nicht streng mathematisches) Minimum $\mathfrak{H} = 0$ für $m. \alpha = 90$ und sein Maximum $\mathfrak{H} = 0.6 \frac{b}{1} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2$ für $m. \alpha = 52$.

Es ist daher der grösste Horizontaldruck auf einen Fuss Länge der Mauer bd

$$\mathfrak{H} = 0.232. \frac{\delta}{1} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \text{ für } c = 30,$$

$$\mathfrak{H} = 0.116. \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \text{ für } c = 30 \text{ und } l = 2 \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \text{ oder für } \beta = 90,$$

$$\mathfrak{H} = 0.232. \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \text{ für } c = 30 \text{ und } l = r + \frac{\delta}{2} \text{ oder für } \beta = 30,$$

$$\mathfrak{H} = 0.126. \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \text{ für } c = 30 \text{ und } l = 1.846 \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \text{ oder für } \beta = 67^\circ 23',$$

$$\mathfrak{H} = 0.6. \frac{\delta}{1} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \text{ für } c = 0$$

$$\mathfrak{H} = 0.3 \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \text{ für } c = 0 \text{ und } l = 2 \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \text{ oder für } \beta = 90$$

$$\mathfrak{H} = 0.381. \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \text{ für } c = 0 \text{ und } l = 1.576 \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \text{ oder für } \beta = 52$$

$$\mathfrak{H} = 0.325. \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \text{ für } c = 0 \text{ und } l = 1.846 \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \text{ od. für } \beta = 67^\circ 23'$$

Das Moment des Horizontaldruckes in Bezug auf R Fig. XVI. ist

$$\mathfrak{H}. k' = \mathfrak{H} \left[k - \left(r + \frac{\delta}{2}\right) (1 - \cos \alpha (m + 1)) \right] \text{ für } c > 0 \text{ und}$$

$$\mathfrak{H}. k' = \mathfrak{H} \left[k - \left(r + \frac{\delta}{2}\right) (1 - \cos m. \alpha) \right] \text{ für } c = 0.$$

Sucht man die Maxima von $\mathfrak{H}. k'$ für $c > 0$ und für $c = 0$, so erhält man die Werthe von $(m + 1) \alpha$ und $m \alpha$, bei welchen die Maxima stattfinden, in verwickelten Funktionen von k , $\left(r + \frac{\delta}{2}\right)$, c und k . Die Maxima von $\mathfrak{H}. k'$ erhalten noch verwickeltere Werthe; daher ich sie auf eine andere Art zu Gunsten der Stabilität der Gewölbe bestimme, nämlich indem ich die Maxima des Horizontaldruckes mit dem grössten Hebelsarme $k = PR$ Fig. XVI. multiplizire, oder sie im Scheitel des Gewölbes annehme. In dieser der Stabilität günstigen Voraussetzung wird

$$\mathfrak{H}. k = 0.232 k \frac{b}{1} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \text{ für } c > 0 \text{ also } \mathfrak{H}. k = 0.232 \frac{k}{1} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2$$

für $c > 0$ auf einen Fuss Länge, und

§. $k = 0.6 \cdot k \cdot \frac{b}{1} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2$ für $c = 0$ also §. $k = 0.6 \frac{k}{1} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2$ für $c = 0$
auf einen Fuss Länge der Widerlage.
Diese Momente nenne ich praktische Moment-Maxima.

§. 89.

Der Vertikaldruck ist $\mathfrak{B} = \delta \cdot F$ auf die Länge bd und $\mathfrak{B} = \frac{\delta}{b} F$ auf einen Fuss Länge.

Das grösste Moment $\mathfrak{B} \cdot t'$ des Vertikaldruckes der Kappe abd Fig. XIII. in Bezug auf den Punkt R Fig. XVI. erhielte man, wenn das Maximum des Horizontaldruckes und seines Moments den Scheitel des Gewölbes zum Applikationspunkt hätte, und es würde $F \cdot \delta \cdot t' =$

$$\mathfrak{B} \cdot t' = 2 \frac{bd}{1} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \left[\left(w + \frac{1}{2}\right) (1 - \cos \varphi) - \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \left(\frac{\varphi}{2} - \frac{1}{2} \sin \varphi \cdot \cos \varphi\right) \right],$$

wenn w die Breite der Widerlage bezeichnet, und $\varphi = \beta$ gesetzt wird.

Für $\beta = 90$, $1 = b$ also auch $\frac{1}{2} = r + \frac{\delta}{2}$ würde

$$\mathfrak{B} \cdot t' = 2 w \cdot \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 + 0.430 \cdot \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^3.$$

Allein obige Voraussetzung findet nicht statt. Um nicht in verwickelte Calculationen sich zu verlieren, nehme ich zu Gunsten der Stabilität des Gewölbes das kleinste Vertikaldruck-Moment der Kappe abd für die Bestimmung der Widerlagenbreite an, und nenne dieses Moment ein praktisches Moment-Minimum.

Dieses Minimum erhält man, wenn man den Vertikaldruck der Kappe an dem Anfang der Widerlage bd Fig. XIII. annimmt, sohin den Vertikaldruck mit der Widerlagenbreite w multipliziert.

Auf diese Weise ergibt sich das Moment-Minimum des Vertikaldruckes $\mathfrak{B} \cdot t' = w \cdot \delta \cdot F = 2 w \cdot \frac{b}{1} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 (1 - \cos \beta)$ auf die Länge bd , wenn $\varphi = \beta$ gesetzt wird, und $\mathfrak{B} \cdot t'$ auf einen Fuss Länge, wenn man seinen Werth durch b dividirt.

§. 90.

Für den Fall des Nichtdrehens und des Nichtgleitens der Widerlage gelten die §. 86. angegebenen allgemeinen Formeln. Wenden wir nun die erste derselben auf ein Beispiel an, und setzen wir, dass $1 = b = 8$, $\delta = \frac{1}{2}$, $k = 12$, $\beta = 67^\circ 23'$, $r = 4.07$, $c = 30$ folglich die Gewölbhöhe $h = 2 \frac{2}{3}$ der dritte

Theil der Gewölbweite sey: so wird $w = 0.63$, ein sehr kleiner Werth, obwohl zu Gunsten der Widerlagenbreite die praktischen Momente in Rechnung genommen wurden.

Für $c = 0$ anstatt $c = 30$ findet sich $w = 1.07$, indem ebenfalls diese praktischen Momente gebraucht werden.

Ein Gleiten der Widerlage findet sowohl für $c = 30$ als für $c = 0$ nicht statt.

Vergleicht man die Werthe von w , welche für ein Kreuzgewölbe von den nämlichen Dimensionen §. 86. angegeben sind, mit denen für ein Kappengewölbe: so überzeugt man sich, dass die erstern grösser als die letztern sind, folglich die Kreuzgewölbe einen grössern Horizontaldruck im Verhältnisse ihres Vertikaldruckes ausüben, sohin breitere Widerlagen erfordern als Kappengewölbe.

XXII. K a p i t e l.

Von den gleich dicken Kuppelgewölben und von der Breite ihrer Widerlagen.

§. 91.

Fig. XVII. sey der Grundriss eines Kuppelgewölbes, Fig. XIX. ein unendlich schmaler Ausschnitt $ncam$, $cn = r + \frac{\delta}{2}$, $bcm = y$ Fig. XVII. also $mn = dy'$ das Differential des Bogens bm , ferner Fig. XIX. $ep = a'p \cdot dy'$, $acp = \varphi$, mithin $ae = \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \varphi'$ und $ee' = \left(r + \frac{\delta}{2}\right) d\varphi'$: so ist der Flächeninhalt $ap'e' = \int ee' \times pp' = \int a'p \cdot \left(r + \frac{\delta}{2}\right) d\varphi' \cdot dy' = \int \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \times \sin \varphi \cdot d\varphi' \cdot dy' = y' \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \sin \varphi d\varphi'$, wenn $d\varphi'$ als constant angenommen wird. Integriert man dieses Differential, so erhält man $F = y' \times \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 [1 - \cos \varphi]$, weil $F = 0$ für $\varphi = 0$ ist.

Setzt man $y' = 2\pi$, so wird $F = 2\pi \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 [1 - \cos \varphi]$ und

$$\text{für } \varphi = 90 \quad F = 2\pi \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2$$

Es sey $ape = F$ die Fläche der Schlusssteinreihe, welcher der Winkel $\phi = m. \alpha$ entspricht, und $pp'e'e = ap'e' - ape = F' - F = f$ die endlich grosse Fläche der Nebenreihe, welcher der Winkel α zugehört, so ist

$$F = 2\pi \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 [1 - \cos m. \alpha] \text{ und}$$

$$f = 2\pi \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 [\cos m. \alpha - \cos (m + 1) \alpha].$$

§. 92.

Der Horizontaldruck auf die ganze Umfassungsmauer $RR'R''R$ Fig. XVII. ist

$$\mathfrak{H} = \frac{\delta f.}{\sin \alpha} \cos (c + m. \alpha) \cos (c + (m + 1) \alpha) \text{ für } c > 0$$

Setzt man für f den gefundenen Werth und sucht man das Maximum von $\mathfrak{H}$, so wird dieses $\mathfrak{H} = 0.232 \pi \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2$ für $c = 30$, $m = 0$ und $\alpha = 30$, wie bei Kappengewölben gefunden, mithin ist der grösste Horizontaldruck auf einen Fuss Länge der Mauer $\mathfrak{H} = 0.116 \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$ für $c = 30$, und demjenigen der Kappengewölbe ganz gleich.

Für $c = 0$ ist der Horizontaldruck auf die ganze Mauer

$$\mathfrak{H} = \delta. F. \cot. m. \alpha.$$

Setzt man für F den angegebenen Werth, und sucht man das Maximum von $\mathfrak{H}$, so wird dieses

$$\mathfrak{H} = 0.6. \pi \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \text{ für } c = 0 \text{ und } m. \alpha = 52,$$

wie bei Kappengewölben gefunden, sohin der grösste Horizontaldruck auf einen Fuss Länge der Mauer

$$\mathfrak{H} = 0.3 \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \text{ für } c = 0 \text{ und}$$

demjenigen der Kappengewölbe ganz gleich.

Nimmt man bei Kappengewölben das praktische Horizontaldruck-Moment aus den nämlichen Ursachen wie bei Kappengewölben zu Gunsten der Stabilität an, so wird solches $= \mathfrak{H}. k$.

§. 93.

Der Vertikaldruck ist $\mathfrak{B} = \delta. F$ auf die ganze Umfassungsmauer, also

$$\mathfrak{B} = \frac{\delta. F}{2\pi \left(r + \frac{\delta}{2}\right)} \text{ auf einen Fuss.}$$

Das praktische Vertikaldruck-Moment, welches auch für die Kappengewölbe angenommen wurde, ist für Kuppelgewölbe $F. \delta. t' = \mathfrak{B}. t' = \mathfrak{B}. w$, und auf

einen Fuss Länge der Widerlage $\frac{F. \delta. t'}{2\pi \left(r + \frac{\delta}{2}\right)} = \mathfrak{B}. w = \mathfrak{B}. t'.$

§. 94.

Wenden wir die erste der Formeln §. 86. auf ein Beispiel an, indem wir eine Kreisfläche von 64 Quadratfuss zur Grundfläche des Kuppelgewölbes, welche gerade so gross als die für das Kreuz- und Kappengewölbe angenommene Grundfläche von 8 Fuss Länge und 8 Fuss Breite, eine Gewölbdicke von $\frac{1}{2}$ Fuss, die Höhe der Widerlage zu 12 Fuss und eine Gewölbhöhe von $2\frac{2}{3}$ Fuss wie für das Kreuz- und Kappengewölbe annehmen, um eine Vergleichung machen zu können: so wird $w = 0.73$ für $c = 30$ und $w = 1.2$ für $c = 0$, denn es ist $r = 5.08$ und $\phi = 41^\circ 24'$. Vergleichen wir nun die Widerlagenbreite mit der des Kreuz- und Kappengewölbes, so finden wir, dass das Kuppelgewölbe eine kleinere Widerlagenbreite als das Kreuzgewölbe und eine grössere als das Kappengewölbe erfordert.

Berechnen wir die Widerlagenbreite eines Kuppelgewölbes, dessen Halbmesser 30', Höhe gleich dem Halbmesser, Dicke $\frac{1}{2}'$ und Widerlagenhöhe 100' mit Einschluss der Gewölbhöhe ist, so finden wir $w = 1.98'$ für $c = 30$.

Brächte man an dem Umfange der Mauer, deren Durchschnitt abfg Fig. XXIII. ist, 15 Strebepfeiler bcd f zu 3' oberer und 6' unterer Breite bcd f, zu 2' Länge und 100' Höhe an, und berechnete man die Mauerbreite ab, so fände man $w = -0.2$. Mithin bedürfte ein solches Gewölbe nur eine sehr schwache Mauer, da ein negativer Werth von w sich entzifferte, oder man könnte die Strebepfeiler schwächer machen.

In beiden Beispielen findet ein Gleiten der Widerlage nicht statt.

Nach der Berechnung des Herrn Eytelweins sind die Steine eines aus einem Kreisbogen gebildeten Kuppelgewölbes, welche unter $51^\circ 50'$ vom Scheitel an liegen, dem Ausdrängen ausgesetzt, wenn die Reibung nicht beachtet wird. Wird sie aber in Anschlag gebracht, und der Reibungswinkel $= c$ gesetzt, so wird $\phi - c = 51^\circ 50'$ also $\phi = c + 51^\circ 50'$. Sollen auch die untersten Steine eines Kuppelgewölbes von 180° nicht ausgedrängt werden können, so muss $90 = c + 51^\circ 50'$ und $c = 38^\circ 10'$ seyn. Da nach den Versuchen $c = 30^\circ$ bis 40° ist, so ist eine Gefahr des Ausdrängens nicht vorhanden.

XXIII. K a p i t e l.

Von den gleich dicken, böhmischen Gewölben und von der Breite ihrer Widerlagen.

§. 95.

Ich beschränke mich auf die Betrachtung solcher kreisförmigen Gewölbe, deren Höhe dem Halbmesser $qc = r$ ist. Es stelle bpd Fig. XVIII. den Grundriss eines böhmischen Gewölbes bis zur Mitte seiner Dicke vor, und es sey diese $sq = \delta$: so erhält man seinen Flächeninhalt, wenn man von der Fläche des Kuppelgewölbes die Segmente, deren Grundrisse bhp, pedp, duid, ivbi sind, abzieht. Nun ist die Fläche des Kuppelgewölbes in der Mitte seiner Dicke $F = 2\pi \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2$ und die Fläche des Segments, dessen Grundriss bhp ist, $f = \text{hw. } \pi \left(r + \frac{\delta}{2}\right) = 0.293 \pi \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2$ also die Fläche der vier Segmente $= 1.172 \pi \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2$ und $4f = F - 4f = 2.6 \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2$, sohin der Flächeninhalt des böhmischen Gewölbes über einem Quadranten bcp $F' = 0.65 \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2$; denn es ist $\text{bew} = \text{wcp} = 45^\circ$ also $\text{bw} = \text{cw}$ und, da $\text{bc} = r + \frac{\delta}{2}$, $\text{cw} = \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \sqrt{\frac{1}{2}} = 0.707 \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$, folglich $\text{hw} = \text{hc} - \text{cw} = 0.293 \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$, und weil allgemein die Fläche eines Kugelsegments, dem der Halbmesser R und der Sinus versus $\text{hw} = x$ zugehört, $f' = x \cdot \pi \cdot R$ ist, auch $f = \text{hw. } \pi \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$. Der Werth von f kann durch Integralrechnung leicht gefunden werden.

§. 96.

Da der grösste Horizontaldruck, wie bei Kuppelgewölben gezeigt wurde, Fig. XIX. dem Bogen $ap = \phi = 30^\circ$ für $c = 30$ zugehört, im Quadranten bcp des böhmischen Gewölbes der kürzeste Bogen az Fig. XXII. über der Linie cw Fig. XVIII. sich befindet, und weil cw der Cosinus von zh, $\text{cw} = 0.707 \left(r + \frac{\delta}{2}\right) = \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \cos 45^\circ$ also auch $zh = 45^\circ$, sohin der kürzeste Bogen $az = 90^\circ - zh = 45^\circ$ ist: so ist der Bogen des grössten Horizontaldruckes durch die vier Segmente nicht abgeschnitten, und sein Horizontaldruck bleibt dem des

Kuppelgewölbes gleich. Er ist für einen Quadranten auf die Mauer bp

$$\mathfrak{H} = 0.232 \frac{\pi}{4} \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2 = 0.182 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2.$$

Dieser Druck wirkt aber nicht perpendikulär auf die Mauer, sondern in der Richtung der Halbmesser oder schief; denn die Gewölbkeile über der Linie m'c wirken schief und schiefer als die über der Linie n'c auf die Widerlage bp. Man hat desswegen die radialen Horizontalpressungen noch zu zerlegen, und die auf die Mauer perpendikulären zu bestimmen. Zur Erleichterung der Untersuchung nehme ich das Gewölbe in unendlich viele Ausschnitte, deren Grundriss m'cn' ebenfalls unendlich klein ist, getheilt an. Es sey ct = tT der radiale Horizontaldruck in der schiefen Richtung cT, so zerlegt er sich in einen auf die Mauer dp perpendikulären ty = cl und in einen mit ihr parallelen tx = cg, welcher letzterm ein gleicher in dem Achtelskreise pce entgegen wirkt. Denkt man sich alle radialen Horizontalpressungen in dem Achtelskreise ced auf solche Art zerlegt, so wird die erste, dem Winkel 0 zugehörige, perpendikuläre Horizontalpressung ce und die letzte, dem Winkel ecd zugehörige fd, und die dazwischen fallenden den Raum cedfc ausfüllen.

$$\begin{aligned} \text{Nun ist dieser Raum} &= \text{ced} + \text{cdf} = \frac{\pi}{8} \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2 + \frac{\left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2}{4} \\ &= 0.6427 \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2. \end{aligned}$$

Die radialen Horizontalpressungen auf die runde Mauer etd sind gleich dem Bogen etd multipliziert mit ct = $r + \frac{\delta}{2}$, folglich

$$H' = \frac{\pi}{4} \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2 = 0.7854 \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2.$$

Nun verhalten sich die radialen Horizontalpressungen H zu den perpendikulären H' wie $0.7854 \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2$ zu $0.6427 \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2$, folglich ist $H' = 0.8183 H$ und der perpendikuläre Horizontaldruck ist nur beinahe $\frac{4}{5}$ des radialen in jedem Achtelskreise, und $2H' = 0.8183 \times 2H$ in jedem Quadranten. Nun ist $2H = \mathfrak{H}$ also $2H' = 0.8183 \mathfrak{H} = \mathfrak{H}'$ folglich $\mathfrak{H}' = 0.15 \times \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2 = 0.15 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) b \sqrt{2} = 0.212 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) b$ der grösste Horizontaldruck auf jede Widerlage bp, pd, di, ib.

Der perpendikuläre Horizontaldruck auf einen Fuss Länge der Mauer ist

$$\mathfrak{H} = 0.212 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right).$$

§. 97.

Nimmt man bei Berechnung der Widerlagenbreite zur Sicherheit des Gewölbes an, dass der Horizontaldruck im Scheitel und der Vertikaldruck an der

innern Kante der Widerlage sey, und setzt man deren Höhe $= k$, so wird das Horizontaldruck-Moment $\mathfrak{H}.k$ und das Vertikaldruck-Moment $F'.\delta.w = \mathfrak{B}.t'$, folglich ergibt sich das Vertikaldruck-Moment auf einen Fuss Länge der Widerlage bp , wenn man seinen Werth durch $bp = 1.414 \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$ dividirt.

Setzt man die Horizontal- und Vertikaldruck-Momente für einen Fuss Länge der Widerlage in der ersten Formel §. 86, so kann man w finden.

Für $\delta = \frac{1}{2}$, $r = 4$ und $k = 12$ wird $w = 0.6$.

Setzt man $c = 0$, so ist zwar ein Theil des Bogens $m\alpha$, welcher dem grössten Horizontaldrucke entspricht, von den Segmenten und zwar in w um 7° abgeschnitten, weil $m\alpha = 52^\circ$, Fig. XXII. aber $az = 45^\circ$ ist; allein zur Vereinfachung des Calculs und zur Sicherheit des Gewölbes kann dennoch für einen

Quadranten bcp der radiale Druck $\mathfrak{H} = 0.6 \frac{\pi}{4} \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 = 0.47 \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2$

und der perpendikuläre $\mathfrak{H}' = 0.8183 \mathfrak{H} = 0.38 \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 = 0.537 \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right).b$

für das böhmische Gewölbe angenommen werden.

Er ist also auf einen Fuss Länge der Widerlage bp

$$\mathfrak{H}' = 0.573 \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right).$$

Für obiges Beispiel wird $w = 0.99$ für $c = 0$.

Berechnete man den Flächeninhalt eines böhmischen Gewölbes von $\delta = \frac{1}{2}$ Dicke, dessen Höhe nicht dem Halbmesser, sondern $2\frac{2}{3}$ gleich, und dessen Widerlage $b'p' l = b = 8'$ lang und $k = 12'$ hoch ist, so fände man $\left(r + \frac{\delta}{2}\right) = 7.31$, den der Linie $cb' = 5.65'$ als Sinus zugehörigen Gradbogen $= 50^\circ 35'$ den der Linie $c\Theta = 4'$ als Sinus angehörigen Bogen $= 33^\circ 11'$, den Flächeninhalt des Gewölbes in den Quadranten $b'cp' F' = \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2$ und $w = 0.67$ für $c = 30$, und $w = 1.26$ für $c = 0$; folglich erfordert dieses Gewölbe etwas breitere Widerlagen als ein Kuppelgewölbe von gleicher Grundfläche und gleicher Gewölbhöhe, weil letzteres Gewölbe eine grössere Fläche dahin auch ein grösseres Vertikaldruck-Moment hat.

XXIV. K a p i t e l.

Von den gleich dicken, gothischen Kreuzgewölben und von der Breite ihrer Widerlagen.

§. 98.

Es stelle Fig. XX. die obere Ansicht eines solchen Gewölbes bis zur Mitte seiner Dicke und Fig. XXI. sein Profil btd durch bd dar. Es sey $c'o' = c't = r + \frac{\delta}{2}$, $bd = b$, $tz = l$ Fig. XX, $o'c't = \varphi$ Fig. XXI, $tc'y = m. \alpha$, $yc'r = \alpha$, $o'c'd = \beta$: so ist Fig. XX. der Flächeninhalt des unendlich kleinen Gewölbstücks $myrp = my \times yr$.

Nun ist $my:yd = at:td = l:b$ also $my = \frac{l}{b} y. d$, ferner $yd = \psi d = x'd - x'\psi = x'd - xy = \left(r + \frac{\delta}{2}\right) [\sin \beta - \sin (\varphi + m. \alpha)]$ also $my = \frac{l}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right) [\sin \beta - \sin (\varphi + m. \alpha)]$.

Da auch $yr = \left(r + \frac{\delta}{2}\right) d (\varphi + m. \alpha) = \left(r + \frac{\delta}{2}\right) d. m. \alpha'$, so wird $my \times yr = \frac{1}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 [\sin \beta - \sin (\varphi + m. \alpha)] d (\varphi' + m. \alpha')$ folglich sein Integral der Flächeninhalt $amyt = F = \frac{1}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 [m. \alpha'. \sin \beta + \cos (\varphi + m. \alpha) - \cos \varphi]$, weil $F = 0$ bei $m. \alpha = 0$ ist.

Nimmt man yr endlich gross, und $yc'r = \alpha$ an, so wird

$$aprt = F' = \frac{1}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 [(m + 1) \alpha. \sin \beta + \cos [\varphi + (m + 1) \alpha] - \cos \varphi]$$

$$\text{also } mpyr = F' - F = f = \frac{1}{b} \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2 [\alpha. \sin \beta + \cos [\varphi + (m + 1) \alpha] - \cos (\varphi + m. \alpha)].$$

§. 99.

Berücksichtigt man die Reibung, so wird der Horizontaldruck auf die Länge $gd = \frac{1}{2}$ der Widerlage

$$\S = \frac{f. \delta.}{\sin \alpha} \cos (\varphi + m. \alpha + c) \cos (\varphi + (m + 1) \alpha + c), \text{ und sein gemeinsames Maximum sehr genau}$$

$\mathfrak{H} = \frac{1}{b} \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2 \sin \beta \cdot \cos^2 (\varphi + c)$ bei $m = 0$ und $\alpha = 0$. Für $\varphi = 60$, $c = 30$ also für $\varphi + c = 90$ wird $\mathfrak{H} = 0$, was bemerkungswerth ist. Für $\varphi = 30$, $\beta = 60$ wird $\mathfrak{H} = 0.216 \times \frac{1}{b} \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2$.

Lässt man die Reibung unbeachtet, oder setzt man $c = 0$: so wird des Horizontaldruckes gemeines Maximum

$\mathfrak{H} = \frac{1}{b} \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2 \sin \beta \cdot \cos^2 \varphi$. Für $\varphi = 30$, $\beta = 60$ wird

$\mathfrak{H} = 0.648 \frac{1}{b} \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2$. Auf einen Fuss Länge der Widerlage ergibt sich der Horizontaldruck, wenn man den Werth von $\mathfrak{H}$ durch $\frac{1}{2}$ dividirt.

Für $c = 0$ müsste in der Voraussetzung, dass $H' - h''$ positiv sey, auch $\mathfrak{H} = \delta \cdot F \cdot \cot. (\varphi + m. \alpha)$ seyn, und sein Maximum bei $\cos (\varphi + m. \alpha) \times \sin (\varphi + m. \alpha) [\sin \beta - \sin (\varphi + m. \alpha)] = m. \alpha' \sin \beta + \cos (\varphi + m. \alpha) - \cos \varphi$ statt finden.

Für $\varphi = 30$, $\beta = 60$ fände das mathematische Maximum

$\mathfrak{H} = 0.067 \cdot \frac{1}{b} \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2$ bei $m. \alpha = 15^\circ$ statt, und wäre kleiner als das gemeine Maximum $\mathfrak{H} = 0.216 \frac{1}{b} \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2$ für $c = 30$ und noch kleiner, als das gemeine Maximum $\mathfrak{H} = 0.648 \frac{1}{b} \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2$ für $c = 0$.

Allein obige Voraussetzung findet nicht statt; denn berechnet man

$H' - h''$ und setzt man $m. \alpha = 15$, $\alpha = 0$, oder $\alpha = 1$ etc., so wird

$H' - h''$ negativ, mithin muss $\mathfrak{H} = H'' = \frac{1}{b} \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2 \sin \beta \cdot \cos^2 \varphi$ anstatt $\mathfrak{H} = H' = \delta \cdot F \cdot \cot. (\varphi + m. \alpha)$ angenommen werden.

Das Horizontaldruck-Moment ist $\mathfrak{H} \cdot k$.

§. 100.

Das Vertikaldruck-Moment findet sich

$\mathfrak{B} \cdot t' = \frac{1}{b} \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2 \left[\sin \beta \left[w + \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \sin \beta \right] (\beta' - \varphi') - \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \left[\frac{\beta' - \varphi'}{2} - \frac{1}{2} \sin \beta \cdot \cos \beta + \frac{1}{2} \sin \varphi \cdot \cos \varphi \right] \right]$, und das praktische Vertikaldruck-Moment $\mathfrak{B} \cdot t' = \mathfrak{B} \cdot w$ auf die Länge $\frac{1}{2}$, also auf einen Fuss Länge, wenn man seinen Werth durch $\frac{1}{2}$ dividirt.

§. 101.

Wenden wir die erste Formel §. 86. auf ein Beispiel an, und nehmen wir an, dass $b = l = 8$, $h = 2\frac{2}{3}$, $\delta = \frac{1}{2}$, $k = 12$, $\varphi = 13^\circ$, $\beta = 34^\circ 22'$, $r = 6.55$, so wird $w = 1.54$ für $c = 30$, wenn das genaue Vertikaldruck-Moment in Rechnung kömmt, und $w = 1.56$ für $c = 30$, wenn das praktische Moment angenommen wird; so wie $w = 2.11$ für $c = 0$; wenn das genaue und $w = 2.13$ für $c = 0$, wenn das praktische Vertikaldruck-Moment gebraucht wird. In diesem Falle erfordert das gothische Kreuzgewölbe breitere Widerlagen als das gewöhnliche Kreuzgewölbe von gleicher Grundfläche, gleicher Gewölbhöhe, gleicher Gewölbstärke und gleicher Widerlagenhöhe.

Bemerkung. Für gothische Tonnengewölbe findet man $F = \left(r + \frac{\delta}{2}\right) m. \alpha$
 $f = \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \alpha'$, und ihren Horizontaldruck $\mathfrak{H} = \frac{f. \delta.}{\sin \alpha} \cos (\varphi + m. \alpha + c) \cos (\varphi + (m + 1) \alpha + c)$.

Sein gemeines Maximum $\mathfrak{H} = \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right) \cos^2 (\varphi + c)$ findet bei $m = 0$ und $\alpha = 1$ statt, und ist $\mathfrak{H} = 0.25 \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$ für $\varphi = 30$ und $c = 30$; für $\varphi = 13$ aber ist $\mathfrak{H} = 0.533 \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$.

Für $c = 0$ ist $\mathfrak{H} = \delta. F. \cot. (\varphi + m. \alpha)$ und es findet sich sein mathematisches Maximum, wenn $\sin 2 (\varphi + m. \alpha) = 2 m. \alpha'$ ist.

Für $\varphi = 30$ findet das Maximum $\mathfrak{H} = 0.305 \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$ bei $m. \alpha = 26\frac{1}{2}^\circ$ statt, und ist grösser als das gemeine Maximum für $\varphi = 30$ und $c = 30$, für $\varphi = 13$ aber hat das Maximum $\mathfrak{H} = 1.136 \delta \left(r + \frac{\delta}{2}\right)$ bei $m. \alpha = 28\frac{1}{3}^\circ$ statt.

§. 102.

Bevor ich dieses Kapitel beschliesse, gebe ich noch eine Zusammenstellung der für einen Fall ohne Rücksicht auf §. 103. berechneten Widerlagenbreiten der verschiedenen Gewölbarten. Um auch das gemeine und gothische Tonnengewölbe nicht auszuschliessen, berechnete ich ihre Widerlagenbreiten für den nämlichen Fall, nämlich dass die Höhe des Gewölbes $2\frac{2}{3}$, seine Weite 8, Dicke $\frac{1}{2}$ und die Höhe der Widerlagen 12 sey.

des Gewölbes	Widerlagenbreite	
	für $c = 30$	für $c = 0$
des gothischen Tonnengewölbes	1. 72	2. 31
» gemeinen » »	1. 60	1. 87
» gothischen Kreuzgewölbes	1. 52	2. 11
» gemeinen » »	1. 50	1. 80
» des böhmischen Gewölbes	0. 76	1. 26
» Kuppel - Gewölbes	0. 73	1. 20
» Kappen - Gewölbes	0. 63	1. 07

XXV. K a p i t e l.

Von der Breite der Widerlagen, wenn sie durch Fenster- und Thüröffnungen geschwächt sind.

§. 103.

Bisher hat man die Widerlagen voll vorausgesetzt. Sind sie durch Fenster und Thüren durchbrochen, so darf man in der Regel nur $\frac{9}{16} = 0.5633$ der Fläche oder $\frac{9l.k.}{16}$ anstatt $l.k.$ annehmen, folglich, wenn W die Breite der nicht vollen Widerlagen bezeichnet, muss §. 86. $\frac{l.k.}{4} w^2 = \frac{9l.k.}{64} W^2$ und $w \sqrt{\frac{16}{9}} = 1\frac{1}{3} w = W$ seyn.

Hieraus erhellet, dass man bei nicht vollen Widerlagen die bisher berechneten Werthe von w noch mit $1\frac{1}{3}$ multiplizieren müsse, um die wahre Breite W zu erhalten.

XXVI. K a p i t e l.

Von den merkwürdigen Analogien der verschiedenen Gewölbarten in Bezug auf den grössten Horizontaldruck.

§. 104.

Wir fanden für $c = 0$ den auf einen Fuss Länge der Widerlagen treffenden Horizontaldruck eines gemeinen, gleich dicken Tonnengewölbes

$$\mathfrak{H}^0 = \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$$

eines gemeinen horizontal oder kappenförmig übermauerten, gleich dicken Tonnengewölbes

$$\mathfrak{H}^0 = d \left(r + \delta \right) + \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$$

eines solchen Gewölbes aber aus steigenden Keilen

$$\mathfrak{H}^0 = d \left(r + \delta \right) + \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) + x \left(d - \frac{x}{2} \right)$$

eines gothischen, gleich dicken Tonnengewölbes für $\varphi = 13^\circ$

$$\mathfrak{H}^0 = 1.136 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$$

eines gemeinen, gleich dicken Kreuzgewölbes

$$\mathfrak{H}^0 = \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$$

eines gothischen, gleich dicken Kreuzgewölbes

$$\mathfrak{H} = 2 \frac{\delta}{b} \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2 \cdot \sin \beta \cdot \cos^2 \varphi,$$

eines gemeinen, gleich dicken Kappengewölbes

$$\mathfrak{H} = 0.6 \frac{\delta}{1} \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2$$

$$\delta^0 \delta^0 \text{ für } 1 = 2 \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$$

$$\mathfrak{H} = 0.3 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$$

eines gemeinen, gleich dicken Kuppelgewölbes

$$\mathfrak{H} = 0.3 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$$

eines gemeinen, gleich dicken, böhmischen Gewölbes

$$\mathfrak{H} = 0.573 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$$

Für $c = 30$ ergeben sich die Werthe von $\mathfrak{H}^0$, wenn man die hiefür angegebenen mit $\cos^2 c$ multipliziert, die übrigen Werthe von $\mathfrak{H}$ verändern sich in nachstehende,

eines gothischen, gleich dicken Tonnengewölbes

$$\mathfrak{H} = \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right) \cos^2 (\varphi + c)$$

» » » » » Kreuzgewölbes

$$\mathfrak{H} = 2 \frac{\delta}{b} \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2 \sin \beta \cos^2 (\varphi + c)$$

» gemeinen » » Kappengewölbes

$$\mathfrak{H} = 0.232 \frac{\delta}{1} \left(r + \frac{\delta}{2} \right)^2$$

» » » » » Kappengewölbes für $l = 2 \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$

$$\mathfrak{H} = 0.116 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$$

» » » » » Kuppelgewölbes

$$\mathfrak{H} = 0.116 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$$

» » » » » böhmischen Gewölbes

$$\mathfrak{H} = 0.212 \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right).$$

Bemerkungen. 1) Da die Grösse $\cos^2 c$ so häufig vorkommt, so will ich ihren Ausdruck angeben, der sich ergibt, wenn man für den Reibungswinkel c den Reibungscoefficienten μ substituirt. Diese Substitution

$$\text{gibt } \cos^2 c = \frac{1}{1 + \mu^2}.$$

2) Bei Brückengewölben, deren innere Krümmung aus Kreisbögen von verschiedenen Halbmessern, d. i. aus Korbbögen gebildet wird, muss man den dem mittlern Bogen (im Schlusse des Gewölbes) angehörigen, grössten Halbmesser zur Berechnung des Horizontaldruckes annehmen.

XXVII. K a p i t e l.

Anweisung zur Berechnung der Widerlagenbreite jeder Gewölbart.

§. 105.

Nachdem alle Gewölbarten abgehandelt sind, will ich alle zur Berechnung ihrer Widerlagen nöthigen Formeln für den ausübenden Ingenieur zusammenstellen.

Die Breite der Widerlagen eines nackten gleich dicken Gewölbes $A24ORS\epsilon\gamma\alpha$ Fig. VI. für den Fall ihres Nichtgleitens gibt die Formel $w \geq \frac{\delta - \mu \cdot \mathfrak{B}}{\mu \cdot k}$ (I), worin w die Breite SR der Widerlage, δ die Gewölbdicke $A\alpha$, $\mu = 0.5$ den Reibungscoefficienten, k die Widerlagenhöhe ϵS , h die innere Gewölbhöhe $\alpha E'$, $\mathfrak{B}$ den Kubikinhalt des bei der Widerlage einen Fuss langen Gewölbbogens $A24\epsilon\gamma\alpha$, δ den in §. 104. angegebenen Horizontaldruck, r den innern Halbmesser ϵc , $2a$ die innere Gewölbreite $\epsilon\epsilon$ und für Brücken d die Zahl 1.8 bezeichnet.

Bemerkungen. 1) Für Gewölbe, deren Widerlagen über O bis F oder bis zur Höhe II des halben Schlusssteines reichen, muss $k + \delta + h$ oder $k + \frac{\delta}{2} + h$ anstatt k angenommen werden; 2) für gemeine Tonnengewölbe ist $\mathfrak{B} = \varphi' \cdot \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$, worin φ' den halben Bogen $\alpha\gamma\epsilon$ für den Halbmesser $= 1$ bedeutet.

Für den Fall des Nichtdrehens erhält man die Widerlagenbreite nach der Formel

$$w \geq -\frac{\mathfrak{B}}{k} + \frac{1}{k} \sqrt{\mathfrak{B}^2 + 2k \left[\delta \left(k + \frac{\delta}{2} + h \right) - t \cdot \mathfrak{B} \right]} \quad (II),$$

worin t den Hebelsarm des Schwerpunktes vom halben Bogen $\alpha\gamma\epsilon$ in Bezug auf das Hypomochlion ϵ andeutet.

Die erste der vorigen Bemerkungen gilt auch hier.

Für ein gemeines Tonnengewölbe ist der specielle Werth von w in §. 59. angegeben.

Die Widerlagenbreite eines horizontal oder kappenförmig übermauerten Gewölbes oder eines Brückengewölbes mit Rücksicht auf das Menschengedränge, die Lastwagen und den Erddruck hinter den Widerlagen findet sich für den Fall des Nichtgleitens nach der Formel $w \geq \frac{A - B}{\mu \cdot C}$ (III),

wenn $A = \delta + m + \frac{\mu}{2} \phi' \cdot r^2$

$$B = \mu \left[3 + a \left(d + \delta + \frac{h + r}{2} \right) \right] + 0.2 \left(\frac{\delta}{2} + h + k \right)^2$$

$$C = d + \delta + h + k$$

und für δ so wie für m die Werthe aus der Tabelle XXXVI. gesetzt werden.

In dem Werthe von B bezeichnet $0.2 \left(\frac{\delta}{2} + h + k \right)^2$ den Erddruck auf die Widerlage.

Vorstehende Formel für w findet ihre Anwendung bei kleinen Brückengewölben. Bei grössern, welche einen höhern Grad der Sicherheit in Anspruch nehmen, ist es rathsam, den Erddruck nicht in Rechnung zu bringen, und für δ den grössten Werth $\delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$ anzunehmen.

Für den Fall des Nichtdrehens erhält man die Widerlagenbreite eines kleinen Brückengewölbes mit Rücksicht auf die Einwirkungen des Menschengedränges, der Lastwagen und des Erddruckes nach der Formel

$$w \geq -\frac{D}{C} + \sqrt{\frac{D^2}{C^2} + \frac{F - G}{C}} \quad (\text{IV})$$

wenn $F = 2 \left(\frac{\delta}{2} + h + k \right) [\delta + m] + \phi' \cdot a \cdot r^2$

$$G = \frac{2}{3} (h \cdot r^2 + r \cdot a^2) + a^2 \left(d + \delta + \frac{h}{3} \right) + 6a + 0.4 \times \left(\frac{\delta}{2} + h + k \right)^3$$

$$C = d + \delta + h + k$$

und für δ so wie für m die Werthe aus der Tabelle XXXVI. gesetzt werden.

Für grössere Brückengewölbe, welche einen höhern Grad von Sicherheit ansprechen, ist es räthlich, den Erddruck oder die Grösse $0.4 \left(\frac{\delta}{2} + h + k \right)^3$ ausser Rechnung zu lassen, und für δ den grössten Werth $d \left(r + \delta \right) + \delta \left(r + \frac{\delta}{2} \right)$ anzunehmen.

§. 106.

Für ein nacktes Gewölbe muss man mit Berücksichtigung des §. 103. den grössten der Werthe w der Formeln I et II, und für ein Brückengewölbe den grössten Werth w der Formeln I, II, III et IV zur Widerlagenbreite annehmen.

Besteht aber ein Gewölbe aus mehreren, ungleichen Gewölbbögen, so ist die Widerlagenbreite nach dem Gewölbbogen, welchem der grösste Horizontaldruck angehört, zu berechnen, wie §. 39. erörtert wurde.

Die angeführten Formeln finden auch in dem beim Bau kleiner Brücken vorkommenden Fall sichere Anwendung, dass sie der Passage schon geöffnet werden, wenn sie nur zur halben Breite hergestellt sind, wenn anders die Erde hinter den Widerlagen vorher wohl gestampft worden ist.

§. 107.

Im Betreff der Tabelle XXXVI. wird bemerkt, dass man m nach der Formel $m = \frac{v \cdot \cos}{n \cdot \sin \alpha} \left(30 + \frac{\alpha}{2} \right) \cos \left(30 + \frac{3}{2} \alpha \right)$ berechnet hat, indem man den Druck der Vorderräder des einen vierspännigen Lastwagens und der Hinterräder des andern, oberhalb der der Schlusssteinreihe nächsten Keilreihe befindlich, für Gewölbe aus $\frac{1}{4}$ Fuss breiten Keilen auf die unter den Rädern befindlichen Keile und die ihnen nächstliegenden gleich vertheilt, mithin für jeden der gedrückten Keile nur den dritten Theil des Druckes, d. i. $\frac{v}{n} = \frac{3}{3} = 1$ annahm. Für Gewölbe aus $\frac{1}{2}$ Fuss breiten Keilen nahm man die Hälfte des Druckes d. i. $\frac{v}{n} = \frac{3}{2}$ und für Gewölbe aus 1 Fuss und darüber breiten Keilen den ganzen Druck d. i. $\frac{v}{n} = 3$ an. Dieses gründet sich auf den Umstand, dass jedes Brückengewölbe einen Mörtelguss und darüber ein Pflaster erhält, also der Druck jedes Rades nach Verhältniss der Breite der Keile auf 1, 2 bis 3 Keile wenigstens vertheilt angenommen werden kann. Dieses unterliegt bei backsteinenen Gewölben um so weniger einem Zweifel, wenn man sie ober ihren Schlusskeilen und den ihnen nächsten Keilen mit liegenden Backsteinen etc. bedeckt, und darüber das Pflaster anbringt.

Den Werth von α oder den Keilwinkel findet man mittels der Formel $\alpha = 57.3 \frac{b}{r}$, worin b die Keilbreite und r den innern Halbmesser in Fussen bezeichnet. Wenn α nicht genau in ganzen Graden sich ergibt, so kann man m mittels der Tabelle nach der Interpolations-Methode berechnen. Z. B. für $\alpha = 1^\circ 40' = 1.66^\circ$ ergibt sich für Backsteine $m = 42 - \frac{0.66}{2-1} (42 - 20.2) = 27.6$.

§. 108.

Nun wollen wir nach den angegebenen Formeln einige Beispiele berechnen.

I.

Für ein Halbkreisgewölbe oder für $\varphi = 90$ und $\varphi' = 1.57$ sey $b = \frac{1}{4}$, $r = a = h = 3.68$ also $\alpha = 3^\circ 54'$ und $m = 12.9$, ferner $d = i$, $\delta = 1.75$ folglich $\S = 9$, endlich $k = 1.6$ ergibt sich der grösste Werth von $w = 1.89$

bei $c = 30$ nach der Formel II, während die Erfahrung solche Brücken mit $w = 1.75$ aufweist.

II.

Für $\phi = 67^\circ 23'$, $\phi' = 1.17$, $b = \frac{1}{4}$, $r = 4$ also $\alpha = 3^\circ 35'$ und $m = 11.7$, ferner $a = 3.68$, $h = 2.44$, $d = 1$, $\delta = 1.75$ folglich $\S = 9.8$, endlich $k = 2.8$ findet sich der grösste Werth von $w = 2.3$ bei $c = 30$ nach der Formel I.

III.

Für $\phi = 36^\circ$, $\phi' = 0.628$, $b = \frac{1}{4}$, $r = 8.3$ also $\alpha = 1^\circ 45'$ und $m = 36$ ferner $a = 5$, $h = 1.66$, $d = 1$, $\delta = 1.75$ folglich $\S = 18.5$, endlich $k = 7.5$ hat der grösste Werth von $w = 5.4$ bei $c = 30$ nach der Formel IV statt.

IV.

Für $b = \frac{1}{2}$ also $\alpha = 3^\circ 26'$ und $m = 11.5$ folglich $\S = 18$ und für die nämlichen übrigen Dimensionen, wie im vorigen Beispiele gibt die Formel II den grössten Werth $w = 4.1$ bei $c = 30$, während es solche Brücken mit $w = 3$ gibt, welche aber zur Zeit des noch nicht ganz erhärteten Mörtels dem Drucke zweier vierspännigen Wägen im Scheitel gewiss nicht widerstehen würden.

§. 109.

Der Umstand, dass ich nur zwei vierspännige Lastwägen in der Nähe des Scheitels einer Brücke annehme, verdient noch eine Rechtfertigung. Der Grund hievon ist, weil, je mehr solche Wägen hintereinander sich befinden, desto kleiner der Horizontaldruck und desto grösser der Vertikaldruck wird.

§. 110.

In Betreff der §. 63. erörterten Gefahr wird noch bemerkt, dass ihr begegnet werden kann, wenn man, wie im §. 55. vorgeschlagen wurde, den Rosten und den Steinschichten der Widerlagen eine kleine Neigung*), z. B. von 15° gegen den Horizont gibt, oder den Gewölbbogen nach der ganzen

*) Die Reibung, deren Coefficient $\mu = 0.577$ für Stein auf Stein ist, und eine Neigung des Rostes und der Steinschichten von $\alpha^\circ = 15^\circ$ verursacht einen dem Horizontaldruck entgegengesetzten, horizontalen Widerstand $= \mathfrak{B}$, während die Reibung allein bei einer horizontalen Lage des Rostes und der Steinschichten nur einen horizontalen Widerstand $= 0.577 \cdot \mathfrak{B}$ hervorbringt, wenn $\mathfrak{B}$ den auf die Polstersteine treffenden Vertikaldruck bezeichnet; denn es ist der Widerstand im ersten Falle $W = \mathfrak{B} \cdot \text{tg}(\alpha + c)$ und im zweiten $W = \mathfrak{B} \cdot \text{tg} c = \mathfrak{B} \cdot \text{tg} 30 = \mu \cdot \mathfrak{B}$.

Breite oder nur zum Theil durch die Widerlagen bis zu den Rosten herab fortsetzt, eine Verdübelung der Widerlagen-Schichten, oder einzelne höhere Quader anwendet, das Stampfen der Erde hinter den Widerlagen vor der Ausrüstung und Benützung der Brückengewölbe nicht unterlässt, zu den Schlusskeilen und den ihnen nächsten Keilen breitere Quader, und bei backsteinenen Brückengewölben im Schlusse und in deren Nähe wo möglich Quader anwendet, weil dadurch der Horizontaldruck bedeutend vermindert wird, ohne dass diese Keile, wie in der Einleitung dieser Schrift bewiesen wurde, auswärts gedrängt werden können.

δ. 111.

§. 111.

In Ansehung der Kreuz- und andern Gewölbe wird noch erinnert, dass man bei Berechnung ihrer Widerlagen der Sicherheit halber die Last der obern Etagemauern etc. und des Daches nicht in Anschlag gebracht habe.

Rinde oder nur zum Theil durch die Widerlagen bis zu den Kosten herab fort-
 setzt, eine Verbindung der Widerlagen-Schichten, oder einzelne höhere Qua-
 der anwendet, das Stumpfen der Erde hinter den Widerlagen vor der Aus-
 führung und Herstellung der Brückengewölbe nicht unterlässt, zu dem Schluss-
 stellen und den ersten nächsten Reihen breitere Quader, und bei Backsteinen
 Brückengewölben im Schlusse und in deren Nähe wo möglich Quader anwen-
 det, weil dadurch der Horizontalschub bedeutend vermindert wird, ohne dass
 diese Reihe, wie in der Einleitung dieser Schrift bewiesen wurde, auswärts ge-
 drängt werden können.

Verbesserungen.

In Ansehung der Kreis- und anderer Gewölbe wird noch erinnert, dass
 man bei Berechnung ihrer Widerlagen der Sicherheit halber die Last der obern
 Liegenen etc. und des

- Seite 9, Zeile 9 von oben, lese $\frac{\varphi}{\sin \varphi}$ anstatt $\frac{\varphi}{\sin \varphi} \varphi$.
- 34, — 14 „ „ lese dennoch anstatt demnach.
 - 36, — 6 von unten, lese den anstatt dem.
 - 58, — 4 „ „ „ 18. 9 anstatt 18. 8.
 - 62, — 7 „ „ „ für die neue Brücke zu Ulm ergibt sich $w = 18. 9$ für
 $c = 30$ und $v = - 5. 4$.
 - 63, — 8 von oben, „ $w = 13. 1$ und $v = 7. 5$ anstatt §. 47. $w = 17. 91$ folglich
 wird $v = 9. 8$.
 - 69, — 13 von unten, „ 358. 4 anstatt 163. 8.
 - „ — 5 „ „ „ 358. 4 und 5. 1 anstatt 163. 8 und 11. 1.
 - „ — 11 „ „ nach 89' und
 - 70, — 5 von oben, nach 45' lese bei der grössten Festigkeit des Gewölbes.

Tabelle I.

Kubikinhalt der auf jedem Gewölbkeil ruhenden Stirnmauer in Kubikschuhen, welche noch mit $(r+d)^2$ zu multiplizieren sind.

des Keils.	Stirnmauer.	des Keils.	Stirnmauer.	des Keils.	Stirnmauer.	des Keils.	Stirnmauer.	des Keils.	Stirnmauer.	des Keils.	Stirnmauer.	
1 ^{*)}	0.0000001	11	0.0002614	21	0.0009893	31	0.0020251	41	0.0031279	51	0.0040073	*) halber Schlußkeil mit $\frac{1}{2}$ Lentrivinkel. Diese Bemerkung gilt für alle folgenden Tabellen.
2	0.0000029	12	0.0003149	22	0.0010824	32	0.0021369	42	0.0032311	52	0.0040713	
3	0.0000117	13	0.0003733	23	0.0011784	33	0.0022491	43	0.0033313	53	0.0041296	
4	0.0000234	14	0.0004362	24	0.0012774	34	0.0023615	44	0.0034290	54	0.0041822	
5	0.0000427	15	0.0005032	25	0.0013785	35	0.0024737	45	0.0035237	55	0.0042286	
6	0.0000665	16	0.0005747	26	0.0014822	36	0.0025857	46	0.0036146	56	0.0042686	
7	0.0000952	17	0.0006601	27	0.0015877	37	0.0026966	47	0.0037018	57	0.0043019	
8	0.0001295	18	0.0007195	28	0.0016951	38	0.0028068	48	0.0037850	58	0.0043283	
9	0.0001684	19	0.0008127	29	0.0018040	39	0.0029155	49	0.0038640	59	0.0043475	
10	0.0002125	20	0.0008992	30	0.0019140	40	0.0030227	50	0.0039381	60	0.0043591	

Die Fortsetzung für die Keile vom 61^{ten} bis zum 91^{ten} enthält die Tabelle X., in welcher der Vertikaldruck zugleich den Kubikinhalt der Stirnmauer jedes der 31 Keile bezeichnet.

Tabelle II.

Kubikinhalt der zur Stirnmauer jedes Gewölbskeils noch gehörigen Mauer in Kubikschuhen, welche noch mit $d(r+d)$ zu multipliciren sind.

des Keils.	Stirnmauer- Fortsetzung.	des Keils.	Stirnmauer- Fortsetzung.	des Keils.	Stirnmauer- Fortsetzung.	des Keils.	Stirnmauer- Fortsetzung.	des Keils.	Stirnmauer- Fortsetzung.	des Keils.	Stirnmauer- Fortsetzung.	
1	0.008720	11	0.017188	21	0.016400	31	0.015114	41	0.013369	51	0.011218	Die Fortsetzung für die Keile vom 61 ^{ten} bis zum 91 ^{ten} enthält die Tabelle XV., in welcher der Vertikaldruck zugleich den Kubikinhalt jeder zu diesen Keilen gehörigen Mauer angibt.
2	0.017450	12	0.017132	22	0.016294	32	0.014960	42	0.013172	52	0.010988	
3	0.017442	13	0.017072	23	0.016182	33	0.014801	43	0.012970	53	0.010745	
4	0.017429	14	0.017005	24	0.016065	34	0.014637	44	0.012764	54	0.010503	
5	0.017410	15	0.016934	25	0.015944	35	0.014469	45	0.012554	55	0.010258	
6	0.017386	16	0.016858	26	0.015818	36	0.014296	46	0.012341	56	0.010010	
7	0.017357	17	0.016777	27	0.015686	37	0.014120	47	0.012124	57	0.009760	
8	0.017323	18	0.016690	28	0.015550	38	0.013938	48	0.011903	58	0.009505	
9	0.017283	19	0.016599	29	0.015410	39	0.013753	49	0.011678	59	0.009248	
10	0.017238	20	0.016502	30	0.015264	40	0.013563	50	0.011450	60	0.008990	

Tabelle III.

Schiefer Druck S' - s' , S'' - s'' etc. jedes Gerölbkeils in Kubikschuhen, welche noch mit 57.39 zu multiplizieren sind, für $c=30^\circ$.

des Keils	$S^n - s^{n+1}$	des Keils.	$S^n - s^{n+1}$	des Keils.	$S^n - s^{n+1}$	des Keils.	$S^n - s^{n+1}$	des Keils.	$S^n - s^{n+1}$	des Keils.	$S^n - s^{n+1}$	
1	0.01714	11	0.77162	21	0.64944	31	0.50753	41	0.35020	51	0.18223	
	- 0.85264		- 0.74895		- 0.62251		- 0.47715		- 0.31730		- 0.14781	
	- 0.83550		0.02267		0.02693		0.03038		0.03290		0.03442	
2	0.86163	12	0.76040	22	0.63607	32	0.49242	42	0.33380	52	0.16504	
	- 0.84339		- 0.73727		- 0.60876		- 0.46174		- 0.30070		- 0.13052	
	0.01824		0.02313		0.02731		0.03068		0.03310		0.03452	
3	0.85264	13	0.74895	23	0.62251	33	0.47715	43	0.31730	53	0.14781	
	- 0.83388		- 0.72537		- 0.59482		- 0.44610		- 0.28401		- 0.11320	
	0.01876		0.02358		0.02769		0.03096		0.03329		0.03461	
4	0.84339	14	0.73727	24	0.60876	34	0.46174	44	0.30070	54	0.13052	
	- 0.82412		- 0.71325		- 0.58070		- 0.43051		- 0.26723		- 0.09584	
	0.01927		0.02402		0.02806		0.03123		0.03347		0.03468	
5	0.83388	15	0.72537	25	0.59482	35	0.44610	45	0.28401	55	0.11320	
	- 0.81411		- 0.70090		- 0.56640		- 0.41469		- 0.25038		- 0.07846	
	0.01977		0.02447		0.02842		0.03150		0.03363		0.03474	
6	0.82412	16	0.71325	26	0.58070	36	0.43051	46	0.26723	56	0.09584	
	- 0.80385		- 0.68835		- 0.55193		- 0.39874		- 0.23344		- 0.06104	
	0.02027		0.02490		0.02877		0.03177		0.03379		0.03480	
7	0.81411	17	0.70090	27	0.56640	37	0.41469	47	0.25038	57	0.07846	
	- 0.79335		- 0.67559		- 0.53729		- 0.38268		- 0.21644		- 0.04362	
	0.02076		0.02531		0.02911		0.03201		0.03394		0.03484	
8	0.80385	18	0.68835	28	0.55193	38	0.39874	48	0.23344	58	0.06104	
	- 0.78260		- 0.66262		- 0.52240		- 0.36650		- 0.19936		- 0.02617	
	0.02125		0.02573		0.02944		0.03224		0.03408		0.03487	
9	0.79335	19	0.67559	29	0.53729	39	0.38268	49	0.21644	59	0.04362	
	- 0.77162		- 0.64944		- 0.50753		- 0.35020		- 0.18223		- 0.00872	
	0.02173		0.02615		0.02976		0.03248		0.03421		0.03490	
10	0.78260	20	0.66262	30	0.52249	40	0.36650	50	0.19936	60	0.02617	
	- 0.76040		- 0.63607		- 0.49242		- 0.33380		- 0.16504		- 0.00000	
	0.02220		0.02655		0.03007		0.03270		0.03432		0.03467	

Tabelle IV.

Horizontaldruck $H' - h'', H'' - h'''$ etc. jedes Gewölbkeiles in Kubikschuhen, welche noch mit 57.3 g' zu multiplixiren sind, für $c=30^\circ$.

des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$
1	0.71986	11	0.01718	21	0.01710	31	0.01492	41	0.01098	51	0.00567
2	0.01552	12	0.01730	22	0.01699	32	0.01460	42	0.01050	52	0.00510
3	0.01577	13	0.01732	23	0.01686	33	0.01426	43	0.01001	53	0.00451
4	0.01601	14	0.01740	24	0.01665	34	0.01392	44	0.00948	54	0.00391
5	0.01624	15	0.01740	25	0.01649	35	0.01356	45	0.00897	55	0.00332
6	0.01645	16	0.01745	26	0.01625	36	0.01314	46	0.00846	56	0.00272
7	0.01664	17	0.01741	27	0.01606	37	0.01275	47	0.00791	57	0.00212
8	0.01682	18	0.01736	28	0.01579	38	0.01232	48	0.00735	58	0.00151
9	0.01699	19	0.01729	29	0.01551	39	0.01187	49	0.00681	59	0.00091
10	0.01713	20	0.01721	30	0.01522	40	0.01145	50	0.00625	60	0.00022
Σ^a	0.14757 exclus. des 1. Gliedes - 0.71986	Σ^a	0.17332	Σ^a	0.16292	Σ^a	0.13279	Σ^a	0.08672	Σ^a	0.02999

Tabelle V.

Vertikaldruck $V' - v'', V'' - v'''$ etc. jedes Gewölbkeiles in Kubikschuhen, welche noch mit 57.3 g' zu multiplixiren sind, für $c=30^\circ$.

des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$
1	0.42401	11	0.01467	21	0.02075	31	0.02637	41	0.03101	51	0.03392
2	0.00951	12	0.01530	22	0.02136	32	0.02689	42	0.03138	52	0.03412
3	0.01004	13	0.01587	23	0.02197	33	0.02740	43	0.03175	53	0.03430
4	0.01059	14	0.01652	24	0.02250	34	0.02792	44	0.03202	54	0.03437
5	0.01115	15	0.01710	25	0.02312	35	0.02842	45	0.03237	55	0.03454
6	0.01173	16	0.01775	26	0.02365	36	0.02884	46	0.03272	56	0.03469
7	0.01231	17	0.01835	27	0.02426	37	0.02934	47	0.03296	57	0.03473
8	0.01290	18	0.01894	28	0.02479	38	0.02974	48	0.03319	58	0.03476
9	0.01350	19	0.01954	29	0.02532	39	0.03014	49	0.03351	59	0.03488
10	0.01412	20	0.02015	30	0.02584	40	0.03062	50	0.03372	60	0.02613
Σ^a	0.31816	Σ^a	0.17419	Σ^a	0.23356	Σ^a	0.28567	Σ^a	0.32463	Σ^a	0.33644
61	0.01745	66	0.01745	71	0.01745	76	0.01745	81	0.01745	86	0.01745
62	0.01745	67	0.01745	72	0.01745	77	0.01745	82	0.01745	87	0.01745
63	0.01745	68	0.01745	73	0.01745	78	0.01745	83	0.01745	88	0.01745
64	0.01745	69	0.01745	74	0.01745	79	0.01745	84	0.01745	89	0.01745
65	0.01745	70	0.01745	75	0.01745	80	0.01745	85	0.01745	90	0.01745
Σ^a	0.08725	Σ^a	0.08725	Σ^a	0.08725	Σ^a	0.08725	Σ^a	0.08725	Σ^a	0.09597

Vom 61^{ten} bis zum 90^{ten} Keil ist der Vertikaldruck = g' anstatt $V^n - v^{n+1}$, und der des 91^{ten} Keils = g' . Der Centriwinkel des 91^{ten} Keils ist zu $\frac{1}{2}^\circ$ angenommen. Diese Bemerkung gilt auch für die folgenden Tabellen.

Tabelle VI.

Horizontaldruck-Moment $(H-h'') \cos \frac{1}{2}$, $(H-h''') \cos \frac{3}{2}$ etc. jedes Gewölbbeils in Biquadratstühlen, welche noch mit 57.3 g zu multipliciren sind, für $c=30^\circ$.

des Keils.	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n-\frac{1}{2})$
1	0.0719728	11	0.016892	21	0.016017	31	0.012855	41	0.008349	51	0.003606
2	0.015514	12	0.016952	22	0.015807	32	0.012448	42	0.007863	52	0.003174
3	0.015754	13	0.016909	23	0.015576	33	0.012026	43	0.007380	53	0.002745
4	0.015980	14	0.016919	24	0.015269	34	0.011607	44	0.006876	54	0.002325
5	0.016189	15	0.016848	25	0.015005	35	0.011175	45	0.006397	55	0.001928
6	0.016374	16	0.016815	26	0.014666	36	0.010697	46	0.005929	56	0.001540
7	0.016533	17	0.016693	27	0.014372	37	0.010249	47	0.005444	57	0.001170
8	0.016676	18	0.016556	28	0.014005	38	0.009774	48	0.004965	58	0.000811
9	0.016803	19	0.016396	29	0.013630	39	0.009289	49	0.004512	59	0.000475
10	0.016895	20	0.016222	30	0.013246	40	0.008835	50	0.004059	60	0.000111
Σ	0.146718	Σ	0.167199	Σ	0.147593	Σ	0.108955	Σ	0.061774	Σ	0.017885
exclus. des 1. Gliedes -0.0719728											

Tabelle VII.

Vertikaldruck-Moment $(V-v'') \sin \frac{1}{2}$, $(V-v''') \sin \frac{3}{2}$ etc. jedes Gewölbbeils in Biquadratstühlen, welche noch mit 57.3 g zu multipliciren sind, für $c=30^\circ$.

des Keils.	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n-\frac{1}{2})$
1	0.003697	11	0.002673	21	0.007266	31	0.013383	41	0.020139	51	0.026173
2	0.000248	12	0.003050	22	0.007828	32	0.014049	42	0.020793	52	0.026702
3	0.000437	13	0.003434	23	0.008407	33	0.014722	43	0.021350	53	0.027211
4	0.000646	14	0.003856	24	0.008971	34	0.015409	44	0.022040	54	0.027628
5	0.000874	15	0.004281	25	0.009587	35	0.016097	45	0.022688	55	0.028119
6	0.001124	16	0.004743	26	0.010181	36	0.016747	46	0.023337	56	0.028588
7	0.001393	17	0.005211	27	0.010824	37	0.017452	47	0.023908	57	0.028960
8	0.001633	18	0.005695	28	0.011446	38	0.018104	48	0.024470	58	0.029316
9	0.001995	19	0.006200	29	0.012081	39	0.018762	49	0.025097	59	0.029740
10	0.002330	20	0.006726	30	0.012724	40	0.019476	50	0.025640	60	0.029514
Σ	0.007033	Σ	0.045869	Σ	0.099315	Σ	0.164201	Σ	0.229462	Σ	0.274951
61	0.015113	66	0.015816	71	0.016398	76	0.016857	81	0.017187	86	0.017384
62	0.015263	67	0.015933	72	0.016492	77	0.016932	82	0.017235	87	0.017408
63	0.015408	68	0.016064	73	0.016597	78	0.017000	83	0.017280	88	0.017427
64	0.015549	69	0.016179	74	0.016689	79	0.017007	84	0.017321	89	0.017439
65	0.015684	70	0.016291	75	0.016768	80	0.017130	85	0.017356	90	0.017448
Σ	0.077007	Σ	0.080283	Σ	0.082944	Σ	0.084926	Σ	0.086379	Σ	0.095831

Vom 61^{ten} bis zum 90^{ten} Keil ist das
Vertikaldruck-Moment = $q' \sin(n-\frac{1}{2})$
" anstatt $(V^n - v^{n+1}) \sin(n-\frac{1}{2})$.

Tabelle VIII.

Schiefer Druck $S'-s''$, $S''-s'''$ etc. der auf jedem Gewölbkeil ruhenden Stirnmauer in Kubikschuhen, welche noch mit $57.3(r+d)^2$ zu multiplizieren sind, für $c=30^\circ$.

des Keils.	$S^n - s^{n+1}$	des Keils.	$S^n - s+1$	des Keils.	$S^n - s+1$	des Keils.	$S^n - s+1$	des Keils.	$S^n - s+1$	des Keils.	$S^n - s+1$	
1	0.0000000034	11	0.0002016962	21	0.0006424514	31	0.0010276875	41	0.0010954256	51	0.0007300754	
	0.0000024725		0.0002358286		0.0006735450		0.0010195627		0.0010251963		0.0006016938	
	0.0000024691		0.0000341324		0.0000310936		0.0000081248		0.0000702293		0.0001283816	
2	0.0000024986	12	0.0002394429	22	0.0006884064	32	0.0010522588	42	0.0010785078	52	0.0006717150	
	0.0000098677		0.0002751967		0.0007170466		0.0010383633		0.0010016317		0.0005383345	
	0.0000073691		0.0000357468		0.0000286402		0.0000138955		0.0000768761		0.0001328805	
3	0.0000099734	13	0.0002795643	23	0.0007333050	33	0.0010729979	43	0.0010569263	53	0.0006102662	
	0.0000195109		0.0003163758		0.0007595596		0.0010534782		0.0009738360		0.0004734024	
	0.0000095355		0.0000368115		0.0000262546		0.0000195197		0.0000830903		0.0001368638	
4	0.0000197355	14	0.0003215666	24	0.0007773099	34	0.0010900737	44	0.0010311003	54	0.0005457510	
	0.0000351890		0.0003588822		0.0008002046		0.0010650570		0.0009413456		0.0004050424	
	0.0000154535		0.0000373156		0.0000228947		0.0000250167		0.0000897547		0.0001407086	
5	0.0000356032	15	0.0003649709	25	0.0008196344	35	0.0011034526	45	0.0010005320	55	0.0004786096	
	0.0000541376		0.0004028072		0.0008394048		0.0010719995		0.0009045842		0.0003346112	
	0.0000185344		0.0000378303		0.0000197704		0.0000314531		0.0000959478		0.0001432984	
6	0.0000548026	16	0.0004098760	26	0.0008605974	36	0.0011128425	46	0.0009656608	56	0.0004088744	
	0.0000765217		0.0004543468		0.0008764172		0.0010748952		0.0008638134		0.0002624220	
	0.0000217191		0.0000444708		0.0000158198		0.0000379473		0.0001018474		0.0001464524	
7	0.0000775023	17	0.0004626641	27	0.0008988768	37	0.0011180312	47	0.0009263603	57	0.0003372768	
	0.0001027323		0.0004860942		0.0009107235		0.0010735756		0.0008190740		0.0001887008	
	0.0000252300		0.0000234301		0.0000118467		0.0000444556		0.0001072863		0.0001485760	
8	0.0001040921	18	0.0004952318	28	0.0009354705	38	0.0011187522	48	0.0008834190	58	0.0002640080	
	0.0001317898		0.0005384950		0.0009425900		0.0010683475		0.0007700952		0.0001134567	
	0.0000276977		0.0000432632		0.0000071195		0.0000504047		0.0001133238		0.0001505513	
9	0.0001335917	19	0.0005490601	29	0.0009692892	39	0.0011152790	49	0.0008361696	59	0.0001895292	
	0.0001639650		0.0005839404		0.0009713550		0.0010583044		0.000775036		0.0000379233	
	0.0000303733		0.0000348803		0.0000020658		0.0000569746		0.0001186660		0.0001516059	
10	0.0001663025	20	0.0005958099	30	0.0010000650	40	0.0011075630	50	0.0007848434	60	0.0001137629	
	0.0001987685		0.0006291948		0.0009971100		0.0010441264		0.0006611550		0.0000000000	
	0.0000324660		0.0000333849		0.0000029550		0.0000634366		0.0001236884		0.0001137699	

Tabelle IX.

Horizontaldruck $H' - h'', H'' - h'''$ etc. der auf jedem Gewölbkeil ruhenden Stirnmauer in Kubikschuhen, welche noch mit $57.3(r+d)^2$ zu multipliciren sind, für $c=30^\circ$.

des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	
1	0.000002127	11	0.000025941	21	0.000019941	31	0.000004115	41	0.000023478	51	0.000021287	
2	0.000006283	12	0.000026757	22	0.000017973	32	0.000006706	42	0.000024367	52	0.000019644	
3	0.000008041	13	0.000027175	23	0.000016923	33	0.000008782	43	0.000024970	53	0.000017810	
4	0.000013165	14	0.000027019	24	0.000013716	34	0.000011272	44	0.000025740	54	0.000015810	
5	0.000015266	15	0.000026980	25	0.000011361	35	0.000013650	45	0.000025641	55	0.000013654	
6	0.000017684	16	0.000031197	26	0.000008820	36	0.000015799	46	0.000025270	56	0.000011795	
7	0.000020280	17	0.000016135	27	0.000006282	37	0.000017711	47	0.000025043	57	0.000008966	
8	0.000021973	18	0.000029197	28	0.000003785	38	0.000019284	48	0.000024604	58	0.000006471	
9	0.000023765	19	0.000023161	29	0.000001019	39	0.000020941	49	0.000023385	59	0.000003911	
10	0.000025056	20	0.000021655	30	0.000001329	40	0.000022161	50	0.000022734	60	0.000000871	
Σ	0.000151513 exclus. des 1. Gliedes 0.000002127	Σ	0.000255217	Σ	0.000097491	Σ	0.000140421	Σ	0.000245432	Σ	0.000120219	$\Sigma \Sigma = \Sigma + 0.000001851$

Tabelle X.

Vertikaldruck $V' - v'', V'' - v'''$ etc. der auf jedem Gewölbkeil ruhenden Stirnmauer in Kubikschuhen, welche noch mit $57.3(r+d)^2$ zu multipliciren sind, für $c=30^\circ$.

des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	
1	0.000001218	11	0.000022144	21	0.000023996	31	0.000007049	41	0.000066770	51	0.000126529	
2	0.000003814	12	0.000023654	22	0.000022382	32	0.000012215	42	0.000072829	52	0.000131339	
3	0.000005104	13	0.000024862	23	0.000020784	33	0.000017296	43	0.000079252	53	0.000135623	
4	0.000008499	14	0.000025673	24	0.000018407	34	0.000022372	44	0.000086004	54	0.000139785	
5	0.000010478	15	0.000026494	25	0.000016037	35	0.000028338	45	0.000092409	55	0.000143337	
6	0.000012601	16	0.000031666	26	0.000013020	36	0.000034485	46	0.000098552	56	0.000145946	
7	0.000014989	17	0.000016972	27	0.000009838	37	0.000040714	47	0.000104230	57	0.000148217	
8	0.000016861	18	0.000031847	28	0.000005988	38	0.000046559	48	0.000110611	58	0.000150349	
9	0.000018861	19	0.000026061	29	0.000001705	39	0.000052939	49	0.000116216	59	0.000151539	
10	0.000020606	20	0.000025321	30	0.000002598	40	0.000059380	50	0.000121523	60	0.000113688	
Σ	0.000113031	Σ	0.000254694	Σ	0.000129559	Σ	0.000321347	Σ	0.000947799	Σ	0.001386352	$\Sigma \Sigma = \Sigma + 0.002158214$
61	0.000075916	66	0.000074568	71	0.000068900	76	0.000058209	81	0.000043267	86	0.000023898	Vom 61 ^{ten} bis zum 90 ^{ten} Keil ist der Vertikaldruck = θ^n anstatt $V^n - v^{n+1}$.
62	0.000076426	67	0.000073515	72	0.000067968	77	0.000055567	82	0.000041923	87	0.000019482	
63	0.000075918	68	0.000072308	73	0.000065420	78	0.000053108	83	0.000036054	88	0.000014885	
64	0.000075277	69	0.000072035	74	0.000063725	79	0.000049765	84	0.000032185	89	0.000010106	
65	0.000074488	70	0.000069433	75	0.000060682	80	0.000046603	85	0.000029693	90	0.000001730	
Σ	0.000378025	Σ	0.000361859	Σ	0.000327395	Σ	0.000264252	Σ	0.000182422	Σ	0.000075245	für die letzten 30 Steine $\alpha 30^\circ$ $\Sigma \Sigma = \Sigma + 0.001589198$, nach rein- geom. Rechnung 0.0015859.

Tabelle XI.

Horizontaldruck-Moment $(H-h'')\cos\frac{1}{2}$, $(H-h''')\cos\frac{3}{2}$ etc. der auf jedem Gewölbbeil ruhenden Stirnmauer in Biguadratförmigen, welche noch mit $57.3(r+d)^2$ zu multipliciren sind, für $c=30^\circ$.

des Keils.	$(H-h'')\cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H-h'')\cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H-h'')\cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H-h'')\cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H-h'')\cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H-h'')\cos(n-\frac{1}{2})$	
1	0.000002127	11	0.000025506	21	0.000018677	31	0.000003545	41	0.000017852	51	0.000013538	
2	0.000006281	12	0.000026220	22	0.000016722	32	0.000005717	42	0.000018249	52	0.000012228	
3	0.000008033	13	0.000026531	23	0.000014709	33	0.000007406	43	0.000018407	53	0.000010841	
4	0.000013140	14	0.000026271	24	0.000012577	34	0.000009398	44	0.000018669	54	0.000009404	
5	0.000015219	15	0.000026120	25	0.000010337	35	0.000011249	45	0.000018287	55	0.000007928	
6	0.000017603	16	0.000030062	26	0.000007960	36	0.000012862	46	0.000017711	56	0.000006703	
7	0.000020149	17	0.000015471	27	0.000005622	37	0.000014236	47	0.000017237	57	0.000004948	
8	0.000021784	18	0.000027846	28	0.000003358	38	0.000015298	48	0.000016623	58	0.000003476	
9	0.000023504	19	0.000021964	29	0.000000895	39	0.000016388	49	0.000015627	59	0.000002043	
10	0.000024711	20	0.000020412	30	0.000001156	40	0.000017099	50	0.000014973	60	0.000000472	
Σ	0.000150424 exclus. des 1. Gliedes 0.000002127	Σ	0.000246403	Σ	0.000089701	Σ	0.000113198	Σ	0.000173635	Σ	0.000071551	$\Sigma \Sigma = 0.000128144$

Tabelle XII.

Vertikaldruck-Moment $(V-v'')\sin\frac{1}{2}$, $(V-v''')\sin\frac{3}{2}$ etc. der auf jedem Gewölbbeil ruhenden Stirnmauer in Biguadratförmigen, welche noch mit $57.3(r+d)^2$ zu multipliciren sind, für $c=30^\circ$.

des Keils.	$(V-v'')\sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V-v'')\sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V-v'')\sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V-v'')\sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V-v'')\sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V-v'')\sin(n-\frac{1}{2})$	
1	0.000000010	11	0.000004026	21	0.000008404	31	0.000003552	41	0.000042925	51	0.000097607	
2	0.000000099	12	0.000004703	22	0.000008172	32	0.000006374	42	0.000048237	52	0.000102755	
3	0.000000222	13	0.000005366	23	0.000007919	33	0.000009295	43	0.000053507	53	0.000107571	
4	0.000000518	14	0.000005975	24	0.000007336	34	0.000012307	44	0.000059193	54	0.000112290	
5	0.000000815	15	0.000006632	25	0.000006635	35	0.000016029	45	0.000064763	55	0.000116660	
6	0.000001207	16	0.000008443	26	0.000005596	36	0.000019976	46	0.000070250	56	0.000120236	
7	0.000001698	17	0.000004828	27	0.000004372	37	0.000024008	47	0.000075576	57	0.000123569	
8	0.000002192	18	0.000009562	28	0.000002770	38	0.000028304	48	0.000081545	58	0.000126763	
9	0.000002778	19	0.000008249	29	0.000000811	39	0.000032930	49	0.000087022	59	0.000129168	
10	0.000003329	20	0.000008445	30	0.000001280	40	0.000037714	50	0.000092388	60	0.000097877	
Σ	0.000012940	Σ	0.000066233	Σ	0.000050738	Σ	0.000190492	Σ	0.000675409	Σ	0.001134500	$\Sigma \Sigma = 0.001870490$
61	0.000065743	66	0.000067515	71	0.000064730	76	0.000056439	81	0.000042588	86	0.000023817	Vom 61 ^{ten} bis zum 90 ^{ten} Keil ist das Vertikaldruck-Moment = Θ^{nx} $\times \sin(n-1)$ anstatt $(V-v'')\sin(n-\frac{1}{2})$
62	0.000066808	67	0.000067080	72	0.000063329	77	0.000053832	82	0.000040651	87	0.000019313	
63	0.000067034	68	0.000066471	73	0.000061906	78	0.000052694	83	0.000035591	88	0.000014804	
64	0.000067019	69	0.000066653	74	0.000060229	79	0.000048644	84	0.000031855	89	0.000010112	
65	0.000066762	70	0.000064805	75	0.000058196	80	0.000045711	85	0.000029490	90	0.000007745	
Σ	0.000333366	Σ	0.000332524	Σ	0.000308390	Σ	0.000257020	Σ	0.000180175	Σ	0.000074847	

Tabelle XIII.

Schiefer Druck S'' , S''' etc. der zur Stirnmauer jedes Gewölbkeils noch gehörigen Mauer in Kubikschuhen, welche noch mit $57.3 d(r+d)$ zu multiplizieren sind, für $c=30^\circ$.

<i>des Keils.</i>	$S^n - S^{n+1}$	<i>des Keils.</i>	$S^n - S^{n+1}$	<i>des Keils.</i>	$S^n - S^{n+1}$	<i>des Keils.</i>	$S^n - S^{n+1}$	<i>des Keils.</i>	$S^n - S^{n+1}$	<i>des Keils.</i>	$S^n - S^{n+1}$
1	0.00029984 - 0.01486740 - 0.01456756	11	0.01325349 - 0.01283037 0.00042312	21	0.01064360 - 0.01013860 0.00050500	31	0.00766077 - 0.00714069 0.00052008	41	0.00467950 - 0.00417806 0.00050144	51	0.00204204 - 0.00161406 0.00042798
2	0.01502445 - 0.01471035 0.00031410	12	0.01301880 - 0.01258796 0.00043084	22	0.01036680 - 0.00983744 0.00052936	32	0.00736524 - 0.00682280 0.00054244	42	0.00438894 - 0.00389100 0.00049794	52	0.00181170 - 0.00139750 0.00041420
3	0.01486740 - 0.01451086 0.00035654	13	0.01279292 - 0.01232500 0.00046792	23	0.01006396 - 0.00956165 0.00050231	33	0.00705960 - 0.00652724 0.00053236	43	0.00411149 - 0.00362384 0.00048765	53	0.00158025 - 0.00118650 0.00039375
4	0.01468506 - 0.01435408 0.00033098	14	0.01252900 - 0.01207822 0.00045078	24	0.00977056 - 0.00924520 0.00052536	34	0.00674904 - 0.00621780 0.00053124	44	0.00382800 - 0.00335352 0.00047448	54	0.00136500 - 0.00097470 0.00039030
5	0.01451086 - 0.01414732 0.00036354	15	0.01228150 - 0.01180200 0.00047950	25	0.00948430 - 0.00895412 0.00053018	35	0.00644916 - 0.00592020 0.00052896	45	0.00356704 - 0.00308500 0.00048204	55	0.00115938 - 0.00078078 0.00037860
6	0.01432112 - 0.01394008 0.00038104	16	0.01202118 - 0.01153776 0.00048342	26	0.00917560 - 0.00866088 0.00051472	36	0.00614900 - 0.00563388 0.00051512	46	0.00329478 - 0.00282396 0.00047082	56	0.00095095 - 0.00052536 0.00035559
7	0.01413104 - 0.01373476 0.00039628	17	0.01173900 - 0.01126575 0.00047325	27	0.00888054 - 0.00835035 0.00053019	37	0.00584568 - 0.00532508 0.00052060	47	0.00303000 - 0.00257040 0.00045960	57	0.00076128 - 0.00040893 0.00035235
8	0.01390796 - 0.01352078 0.00038718	18	0.01148272 - 0.01098920 0.00049352	28	0.00858360 - 0.00803880 0.00054480	38	0.00554812 - 0.00503250 0.00051562	48	0.00277270 - 0.00232432 0.00044838	58	0.00058011 - 0.00024050 0.00033961
9	0.01371097 - 0.01328433 0.00042664	19	0.01120500 - 0.01070850 0.00049650	29	0.00826980 - 0.00774189 0.00052791	39	0.00525250 - 0.00474600 0.00050650	49	0.00252288 - 0.00208390 0.00043898	59	0.00039775 - 0.00007192 0.00032583
10	0.01347386 - 0.01306440 0.00040946	20	0.01092300 - 0.01043040 0.00049260	30	0.00797094 - 0.00743412 0.00053682	40	0.00496296 - 0.00445221 0.00051075	50	0.00227855 - 0.00185130 0.00042725	60	0.00023374 - 0.00000000 0.00023374

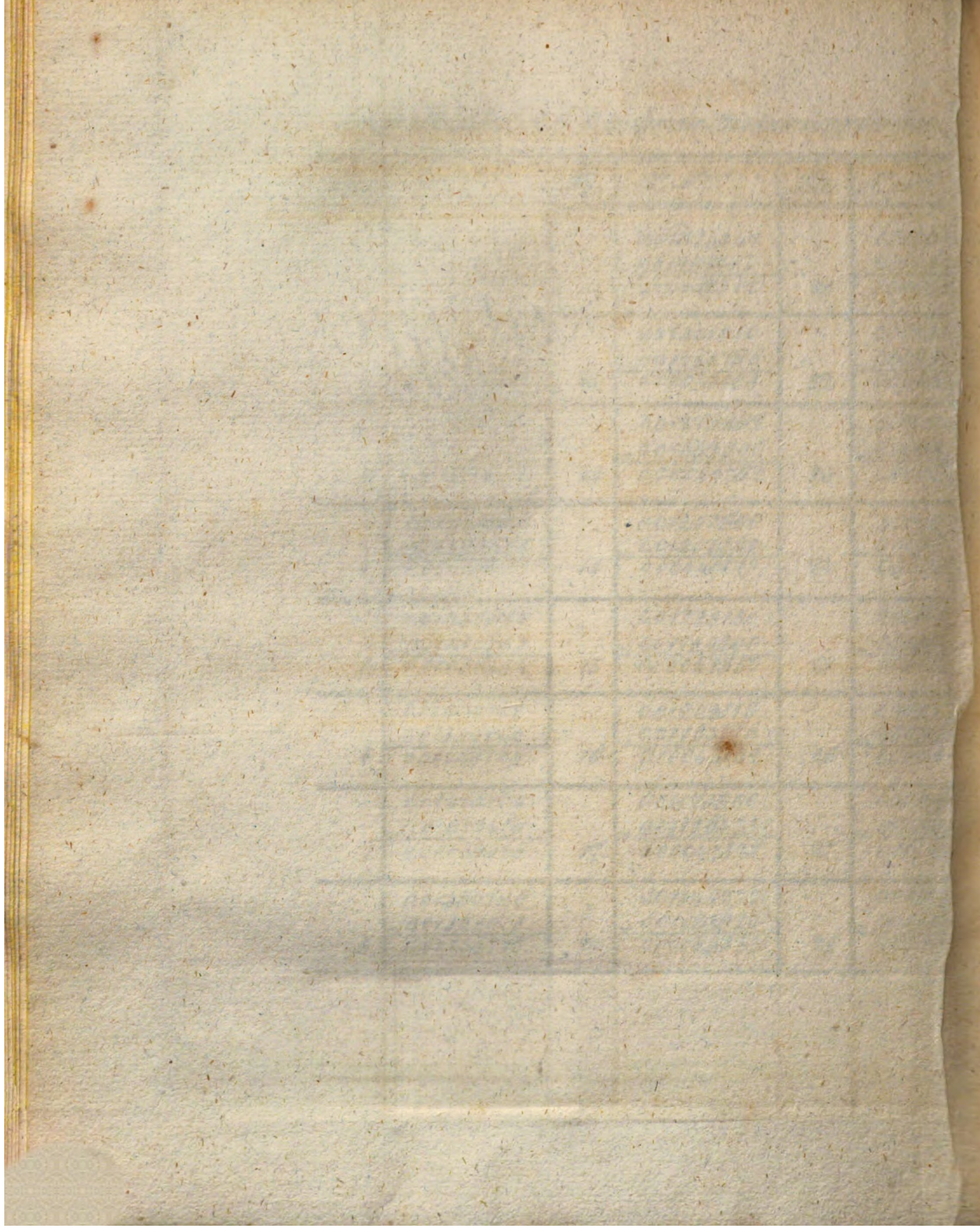


Tabelle XIV.

Horizontaldruck H^1, H^2, H^3 etc. der zur Stirnmauer jedes Gewölbkeils gehörigen Mauer in Kubikschuhen, welche noch mit $57.3 d(r+d)$ zu multiplizieren sind, für $c = 30^\circ$.

des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$
1	0.012542187	11	0.000320880	21	0.000321180	31	0.000255840	41	0.000166833	51	0.000070620
2	0.000267528	12	0.000322070	22	0.000329660	32	0.000258534	42	0.000157866	52	0.000060858
3	0.000300108	13	0.000344916	23	0.000305216	33	0.000245252	43	0.000146100	53	0.000051220
4	0.000275723	14	0.000326975	24	0.000312375	34	0.000236826	44	0.000134616	54	0.000044070
5	0.000299112	15	0.000341240	25	0.000307400	35	0.000227470	45	0.000128694	55	0.000035910
6	0.000310134	16	0.000338100	26	0.000291490	36	0.000213210	46	0.000117500	56	0.000027690
7	0.000317988	17	0.000325424	27	0.000292030	37	0.000206960	47	0.000107180	57	0.000021472
8	0.000306891	18	0.000333450	28	0.000292665	38	0.000196730	48	0.000096768	58	0.000017114
9	0.000333132	19	0.000328352	29	0.000275616	39	0.000185196	49	0.000080000	59	0.000008450
10	0.000315339	20	0.000319308	30	0.000271752	40	0.000178850	50	0.000077714	60	0.000001864
Σ	0.002725955 exclus. des 1. Gliedes 0.012542187	Σ	0.003300715	Σ	0.002999384	Σ	0.002204868	Σ	0.001221271	Σ	0.000332268

Tabelle XV.

Vertikaldruck V^1, V^2, V^3 etc. der zur Stirnmauer jedes Gewölbkeils gehörigen Mauer in Kubikschuhen, welche noch mit $57.3 d(r+d)$ zu multiplizieren sind, für $c = 30^\circ$.

des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$
1	0.007385469	11	0.000274527	21	0.000389355	31	0.000452400	41	0.000471942	51	0.000422008
2	0.000164308	12	0.000284660	22	0.000413678	32	0.000475876	42	0.000472104	52	0.000413446
3	0.000191172	13	0.000315900	23	0.000398086	33	0.000471884	43	0.000464111	53	0.000389463
4	0.000182712	14	0.000309600	24	0.000421575	34	0.000475245	44	0.000454092	54	0.000387270
5	0.000205458	15	0.000335300	25	0.000431420	35	0.000477158	45	0.000464166	55	0.000376110
6	0.000220980	16	0.000344379	26	0.000423536	36	0.000468650	46	0.000454960	56	0.000353935
7	0.000235620	17	0.000342925	27	0.000441490	37	0.000476840	47	0.000447120	57	0.000351296
8	0.000235296	18	0.000363341	28	0.000458592	38	0.000475345	48	0.000437248	58	0.000339660
9	0.000264972	19	0.000371008	29	0.000449856	39	0.000470580	49	0.000430220	59	0.000325674
10	0.000260124	20	0.000373920	30	0.000461496	40	0.000477360	50	0.000419741	60	0.000234000
Σ	0.008424827	Σ	0.003315560	Σ	0.004289084	Σ	0.004721338	Σ	0.004515704	Σ	0.003592862
61	0.000151832	66	0.000129145	71	0.000104712	76	0.000078534	81	0.000052356	86	0.000026179
62	0.000148342	67	0.000123909	72	0.000099476	77	0.000073298	82	0.000048866	87	0.000020912
63	0.000143106	68	0.000118673	73	0.000094240	78	0.000069808	83	0.000041885	88	0.000015707
64	0.000137870	69	0.000115183	74	0.000089005	79	0.000062827	84	0.000036649	89	0.000009476
65	0.000132635	70	0.000108202	75	0.000083769	80	0.000057591	85	0.000033159	90	0.000005236
Σ	0.000713785	Σ	0.000595112	Σ	0.000471202	Σ	0.000342058	Σ	0.000212915	Σ	0.000080279

Vom 61^{ten} bis zum 90^{ten} Keil ist der Vertikaldruck = $t^n - \theta$ anstatt $V^n - v^{n+1}$.

Tabelle XVI.

Horizontaldruck-Moment $(H-h'')\cos\frac{1}{2}, (H-h''')\cos\frac{3}{2}$ etc. der zur Stirnmauer jedes Gewölbkeils gehörigen Mauer in Biguadratsschuhen, welche noch mit 57.3 d. $(r+\delta)$ zu multiplizieren sind, für $c=30^\circ$.

des Keils.	$(H-h^{n+1})\cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H-h^{n+1})\cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H-h^{n+1})\cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H-h^{n+1})\cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H-h^{n+1})\cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H-h^{n+1})\cos(n-\frac{1}{2})$
1	0.012542000	11	0.000314560	21	0.000300456	31	0.000219555	41	0.000126160	51	0.000044520
2	0.000266733	12	0.000315560	22	0.000306900	32	0.000219816	42	0.000118342	52	0.000037942
3	0.000299700	13	0.000336720	23	0.000281515	33	0.000206535	43	0.000107602	53	0.000031008
4	0.000274450	14	0.000317844	24	0.000286104	34	0.000197421	44	0.000097875	54	0.000026180
5	0.000298103	15	0.000330088	25	0.000279370	35	0.000187048	45	0.000091264	55	0.000020880
6	0.000308450	16	0.000325494	26	0.000262482	36	0.000173382	46	0.000081900	56	0.000015282
7	0.000315774	17	0.000311675	27	0.000261340	37	0.000166428	47	0.000073616	57	0.000011592
8	0.000303246	18	0.000317682	28	0.000259004	38	0.000156221	48	0.000064800	58	0.000009129
9	0.000329337	19	0.000310944	29	0.000241450	39	0.000144670	49	0.000058256	59	0.000004176
10	0.000310590	20	0.000300498	30	0.000235770	40	0.000138009	50	0.000042973	60	0.000001014
Σ	0.002706383	Σ	0.003181065	Σ	0.002714391	Σ	0.001809085	Σ	0.000869788	Σ	0.000201723
exclus. des 1. Gliedes 0.012542000											

Tabelle XVII.

Vertikaldruck-Moment $(V-v'')\sin\frac{1}{2}, (V-v''')\sin\frac{3}{2}$ etc. der zur Stirnmauer jedes Gewölbkeils gehörigen Mauer in Biguadratsschuhen, welche noch mit 57.3 d. $(r+\delta)$ zu multiplizieren sind, für $c=30^\circ$.

des Keils.	$(V-v^{n+1})\sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V-v^{n+1})\sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V-v^{n+1})\sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V-v^{n+1})\sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V-v^{n+1})\sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V-v^{n+1})\sin(n-\frac{1}{2})$
1	0.000064397	11	0.000049868	21	0.000136150	31	0.000229164	41	0.000306328	51	0.000325362
2	0.000004280	12	0.000056516	22	0.000151158	32	0.000248472	42	0.000312464	52	0.000322966
3	0.000008327	13	0.000068256	23	0.000152036	33	0.000253464	43	0.000313200	53	0.000308477
4	0.000011102	14	0.000071997	24	0.000167979	34	0.000262200	44	0.000312352	54	0.000310761
5	0.000016072	15	0.000083750	25	0.000178434	35	0.000269982	45	0.000324800	55	0.000306064
6	0.000021171	16	0.000091848	26	0.000181890	36	0.000271440	46	0.000324415	56	0.000291696
7	0.000026555	17	0.000097412	27	0.000196686	37	0.000283815	47	0.000324075	57	0.000292383
8	0.000030550	18	0.000108900	28	0.000211138	38	0.000288800	48	0.000322069	58	0.000286620
9	0.000038955	19	0.000117607	29	0.000214650	39	0.000292340	49	0.000322070	59	0.000276900
10	0.000042900	20	0.000124542	30	0.000226812	40	0.000303372	50	0.000319200	60	0.000201474
Σ	0.000135515	Σ	0.000870696	Σ	0.001816933	Σ	0.002703049	Σ	0.003180973	Σ	0.002922703
61	0.000131487	66	0.000117005	71	0.000098324	76	0.000075864	81	0.000051518	86	0.000026073
62	0.000129650	67	0.000113129	72	0.000094005	77	0.000071099	82	0.000048230	87	0.000020879
63	0.000126363	68	0.000109179	73	0.000089623	78	0.000067923	83	0.000041466	88	0.000015675
64	0.000122843	69	0.000106774	74	0.000085089	79	0.000061445	84	0.000038084	89	0.000010460
65	0.000119166	70	0.000100953	75	0.000080502	80	0.000056497	85	0.000032959	90	0.000005230
Σ	0.000629449	Σ	0.000547040	Σ	0.000447543	Σ	0.000332898	Σ	0.000212257	Σ	0.000080062

Vom 61^{ten} bis zum 90^{ten} Keil ist das
Vertikaldruck-Moment $= (v^n - v^{n+1}) \times$
 $\times \sin(n - \frac{1}{2})$ anstatt $(V^n - v^{n+1}) \times$
 $\times \sin(n - \frac{1}{2})$.

Tabelle XVIII.

Schiefer Druck $S'-s''$, $S''-s'''$ etc. jedes Gewölbekeils in Kubikschuhen, welche noch mit 57.3 g zu multiplizieren sind, für $c = 0$. —

des Keils.	$S^n - s^{n+1}$	des Keils.	$S^n - s^{n+1}$	des Keils.	$S^n - s^{n+1}$	des Keils.	$S^n - s^{n+1}$	des Keils.	$S^n - s^{n+1}$	des Keils.	$S^n - s^{n+1}$
1	1.00000 -0.99965 0.00035	11	0.98628 -0.97992 0.00636	21	0.94264 -0.93041 0.01223	31	0.87035 -0.85264 0.01771	41	0.77162 -0.74895 0.02267	51	0.64944 -0.62251 0.02693
2	0.99996 -0.99904 0.00092	12	0.98325 -0.97629 0.00696	22	0.93667 -0.92387 0.01280	32	0.86162 -0.84339 0.01823	42	0.76040 -0.73727 0.02313	52	0.63607 -0.60876 0.02731
3	0.99965 -0.99813 0.00152	13	0.97992 -0.97236 0.00756	23	0.93041 -0.91706 0.01335	33	0.85264 -0.83388 0.01876	43	0.74895 -0.72537 0.02358	53	0.62251 -0.59482 0.02769
4	0.99904 -0.99691 0.00213	14	0.97629 -0.96814 0.00815	24	0.92387 -0.90996 0.01391	34	0.84339 -0.82412 0.01927	44	0.73727 -0.71325 0.02402	54	0.60876 -0.58070 0.02806
5	0.99813 -0.99539 0.00274	15	0.97236 -0.96363 0.00873	25	0.91706 -0.90258 0.01448	35	0.83388 -0.81411 0.01977	45	0.72537 -0.70090 0.02447	55	0.59482 -0.56640 0.02842
6	0.99691 -0.99357 0.00334	16	0.96814 -0.95881 0.00933	26	0.90996 -0.89493 0.01503	36	0.82412 -0.80385 0.02027	46	0.71325 -0.68835 0.02490	56	0.58070 -0.55193 0.02877
7	0.99539 -0.99144 0.00395	17	0.96363 -0.95371 0.00992	27	0.90258 -0.88701 0.01557	37	0.81411 -0.79335 0.02076	47	0.70090 -0.67559 0.02531	57	0.56640 -0.53729 0.02911
8	0.99357 -0.98901 0.00456	18	0.95881 -0.94832 0.01049	28	0.89493 -0.87881 0.01612	38	0.80385 -0.78260 0.02125	48	0.68835 -0.66262 0.02573	58	0.55193 -0.52249 0.02944
9	0.99144 -0.98628 0.00516	19	0.95371 -0.94264 0.01107	29	0.88701 -0.87035 0.01666	39	0.79335 -0.77162 0.02173	49	0.67559 -0.64944 0.02615	59	0.53729 -0.50753 0.02976
10	0.98901 -0.98325 0.00576	20	0.94832 -0.93667 0.01165	30	0.87881 -0.86162 0.01719	40	0.78260 -0.76040 0.02220	50	0.66262 -0.63607 0.02655	60	0.52249 -0.00000 0.52249

Tabelle XIX.

Horizontaldruck $H' - h'', H'' - h'''$ etc. jedes Gewölbbeils in Kubikschuhen, welche noch mit 57.3 g zu multiplixiren sind, für $c = 0$.

des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$
1	0.00034	11	0.00619	21	0.01142	31	0.01524	41	0.01717	51	0.01711
2	0.00091	12	0.00676	22	0.01190	32	0.01550	42	0.01730	52	0.01698
3	0.00150	13	0.00732	23	0.01227	33	0.01576	43	0.01732	53	0.01684
4	0.00210	14	0.00787	24	0.01274	34	0.01599	44	0.01740	54	0.01663
5	0.00269	15	0.00842	25	0.01310	35	0.01623	45	0.01740	55	0.01647
6	0.00328	16	0.00895	26	0.01353	36	0.01644	46	0.01743	56	0.01624
7	0.00387	17	0.00948	27	0.01387	37	0.01662	47	0.01740	57	0.01606
8	0.00446	18	0.01000	28	0.01428	38	0.01681	48	0.01735	58	0.01578
9	0.00504	19	0.01042	29	0.01457	39	0.01697	49	0.01734	59	0.01550
10	0.00562	20	0.01092	30	0.01487	40	0.01711	50	0.01720	60	0.26490
S_{Σ} exclus. des 1. Gliedes 0.00034	0.02947	S_{Σ}	0.08633	S_{Σ}	0.13255	S_{Σ}	0.16267	S_{Σ}	0.17331	S_{Σ}	0.41251

Tabelle XX.

Vertikaldruck $V' - v'', V'' - v'''$ etc. jedes Gewölbbeils in Kubikschuhen, welche noch mit 57.3 g zu multiplixiren sind, für $c = 0$.

des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$
1	0.00000	11	0.00114	21	0.00427	31	0.00897	41	0.01466	51	0.02073
2	0.00002	12	0.00138	22	0.00468	32	0.00950	42	0.01535	52	0.02134
3	0.00006	13	0.00162	23	0.00508	33	0.01004	43	0.01586	53	0.02196
4	0.00012	14	0.00188	24	0.00553	34	0.01059	44	0.01651	54	0.02248
5	0.00021	15	0.00217	25	0.00596	35	0.01115	45	0.01708	55	0.02311
6	0.00031	16	0.00248	26	0.00645	36	0.01171	46	0.01775	56	0.02364
7	0.00044	17	0.00281	27	0.00691	37	0.01231	47	0.01834	57	0.02424
8	0.00058	18	0.00315	28	0.00742	38	0.01288	48	0.01894	58	0.02478
9	0.00074	19	0.00348	29	0.00791	39	0.01349	49	0.01954	59	0.02530
10	0.00094	20	0.00386	30	0.00846	40	0.01411	50	0.02014	60	0.44987
S_{Σ}	0.00342	S_{Σ}	0.02397	S_{Σ}	0.06267	S_{Σ}	0.11475	S_{Σ}	0.17417	S_{Σ}	0.65745

Tabelle XXI.

Horizontaldruck-Moment $(H-h'')\cos\frac{1}{2}, (H-h''')\cos\frac{2}{3}$ etc. jedes Gewölbkeils in Biquadratsschuhen, welche noch mit 57.3 g zu multiplixiren sind, für $c=0$.

des Keils.	$(H^n-h^{n+1})\cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H^n-h^{n+1})\cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H^n-h^{n+1})\cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H^n-h^{n+1})\cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H^n-h^{n+1})\cos(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(H^n-h^{n+1})\cos(n-\frac{1}{2})$
1	0.000330	11	0.006090	21	0.010670	31	0.013080	41	0.012990	51	0.010870
2	0.000900	12	0.006620	22	0.011060	32	0.013200	42	0.012950	52	0.010570
3	0.001490	13	0.007140	23	0.011260	33	0.013230	43	0.012750	53	0.010210
4	0.002090	14	0.007650	24	0.011640	34	0.013320	44	0.012610	54	0.009860
5	0.002690	15	0.008150	25	0.011920	35	0.013340	45	0.012400	55	0.009510
6	0.003260	16	0.008610	26	0.012170	36	0.013350	46	0.012180	56	0.009170
7	0.003840	17	0.009080	27	0.012350	37	0.013330	47	0.011970	57	0.008830
8	0.004420	18	0.009530	28	0.012590	38	0.013320	48	0.011670	58	0.008430
9	0.004980	19	0.009860	29	0.012730	39	0.013290	49	0.011450	59	0.008090
10	0.005540	20	0.010260	30	0.012870	40	0.013180	50	0.011160	60	0.007730
Σ	0.029210 exclus. des 1. Glieds 0.000330	Σ	0.082990	Σ	0.119260	Σ	0.132640	Σ	0.122130	Σ	0.219890

Tabelle XXII.

Vertikaldruck-Moment $(V-v'')\sin\frac{1}{2}, (V-v''')\sin\frac{2}{3}$ etc. jedes Gewölbkeils in Biquadratsschuhen, welche noch mit 57.3 g zu multiplixiren sind, für $c=0$.

des Keils.	$(V^n-v^{n+1})\sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V^n-v^{n+1})\sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V^n-v^{n+1})\sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V^n-v^{n+1})\sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V^n-v^{n+1})\sin(n-\frac{1}{2})$	des Keils.	$(V^n-v^{n+1})\sin(n-\frac{1}{2})$
1	0.000000	11	0.000207	21	0.001494	31	0.004547	41	0.009514	51	0.015990
2	0.000000	12	0.000274	22	0.001712	32	0.004959	42	0.010161	52	0.016695
3	0.000002	13	0.000349	23	0.001940	33	0.005391	43	0.010705	53	0.017414
4	0.000007	14	0.000438	24	0.002200	34	0.005845	44	0.011358	54	0.018051
5	0.000016	15	0.000542	25	0.002467	35	0.006310	45	0.011956	55	0.018811
6	0.000029	16	0.000662	26	0.002773	36	0.006791	46	0.012655	56	0.019479
7	0.000044	17	0.000798	27	0.003081	37	0.007324	47	0.013296	57	0.020191
8	0.000075	18	0.000945	28	0.003420	38	0.007831	48	0.013958	58	0.020889
9	0.000110	19	0.001103	29	0.003777	39	0.008397	49	0.014642	59	0.021555
10	0.000155	20	0.001285	30	0.004162	40	0.008980	50	0.015306	60	0.022198
Σ	0.000438	Σ	0.006603	Σ	0.027026	Σ	0.066375	Σ	0.123551	Σ	0.556413

Tabelle XXIII.

Schiefer Druck $S'-S''$, $S''-S'''$ etc. der auf jedem Gewölbkeil ruhenden Stirnmauer in Kubikschuhen, welche noch mit $57.3(r+c)^2$ zu multiplizieren sind, für $c=0$.

des Keils.	$S^n - S^{n+1}$	des Keils.	$S^n - S^{n+1}$	des Keils.	$S^n - S^{n+1}$	des Keils.	$S^n - S^{n+1}$	des Keils.	$S^n - S^{n+1}$	des Keils.	$S^n - S^{n+1}$
1	0.00000016 - 0.00000265 - 0.00000249	11	0.00025636 - 0.00029370 - 0.00003734	21	0.00092316 - 0.00100440 - 0.00008124	31	0.00175740 - 0.00182328 - 0.00006588	41	0.00239781 - 0.00240429 - 0.00000648	51	0.00259600 - 0.00253154 - 0.00006446
2	0.00000264 - 0.00000999 - 0.00000735	12	0.00029490 - 0.00036112 - 0.00006622	22	0.00101088 - 0.00107991 - 0.00006903	32	0.00184254 - 0.00188832 - 0.00004578	42	0.00243960 - 0.00243947 - 0.00000013	52	0.00258852 - 0.00249888 - 0.00008964
3	0.00000999 - 0.00001996 - 0.00000997	13	0.00036223 - 0.00040824 - 0.00004601	23	0.00108810 - 0.00116459 - 0.00007649	33	0.00190848 - 0.00195755 - 0.00004907	43	0.00247588 - 0.00247225 - 0.00000363	53	0.00255642 - 0.00248292 - 0.00007350
4	0.00001998 - 0.00003987 - 0.00001989	14	0.00040992 - 0.00047432 - 0.00006440	24	0.00117221 - 0.00124670 - 0.00007449	34	0.00197905 - 0.00202704 - 0.00004799	44	0.00251317 - 0.00249550 - 0.00001767	54	0.00254144 - 0.00243600 - 0.00010544
5	0.00003992 - 0.00005972 - 0.00001980	15	0.00047628 - 0.00052002 - 0.00004374	25	0.00125629 - 0.00133496 - 0.00007867	35	0.00204918 - 0.00210012 - 0.00005094	45	0.00253750 - 0.00252000 - 0.00001750	55	0.00249480 - 0.00241116 - 0.00008364
6	0.00005981 - 0.00008942 - 0.00002961	16	0.00052272 - 0.00057480 - 0.00005208	26	0.00134680 - 0.00140515 - 0.00005835	36	0.00212592 - 0.00216007 - 0.00003415	46	0.00256680 - 0.00253872 - 0.00002808	56	0.00247080 - 0.00235704 - 0.00011376
7	0.00008958 - 0.00011897 - 0.00002939	17	0.00057780 - 0.00062959 - 0.00011789	27	0.00141614 - 0.00149903 - 0.00008289	37	0.00218966 - 0.00222040 - 0.00003074	47	0.00258300 - 0.00255150 - 0.00003150	57	0.00241682 - 0.00231984 - 0.00009698
8	0.00011922 - 0.00015824 - 0.00003902	18	0.00062934 - 0.00073944 - 0.00004010	28	0.00151255 - 0.00158040 - 0.00006785	38	0.00224840 - 0.00226780 - 0.00001940	48	0.00260064 - 0.00253546 - 0.00006518	58	0.00238464 - 0.00225504 - 0.00012960
9	0.00015856 - 0.00020706 - 0.00004850	19	0.00074334 - 0.00081012 - 0.00006678	29	0.00159660 - 0.00165300 - 0.00005640	39	0.00229970 - 0.00231300 - 0.00001330	49	0.00258525 - 0.00254800 - 0.00003725	59	0.00231984 - 0.00221052 - 0.00010932
10	0.00020769 - 0.00025558 - 0.00004789	20	0.00081528 - 0.00091728 - 0.00010200	30	0.00166820 - 0.00173922 - 0.00007102	40	0.00234600 - 0.00236360 - 0.00001760	50	0.00259504 - 0.00254400 - 0.00005104	60	0.00227592 - 0.00000000 - 0.00227592

Tabelle XXIV.

Horizontaldruck $H' - h'', H'' - h'''$ etc. der auf jedem Gewölbkeil ruhenden Stirnmauer in Kubikschuhen, welche noch mit $57.3(r+c)^2$ zu multiplizieren sind, für $c=0$.

des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	
1	0.000002490	11	0.000036371	21	0.000075816	31	0.000055965	41	0.000004560	51	0.000040704	
2	0.000007297	12	0.000064680	22	0.000064170	32	0.000038340	42	0.000000075	52	0.000055358	
3	0.000009990	13	0.000044896	23	0.000070148	33	0.000041307	43	0.000002653	53	0.000044384	
4	0.000018962	14	0.000062208	24	0.000067858	34	0.000039984	44	0.000012325	54	0.000062370	
5	0.000018943	15	0.000041624	25	0.000070980	35	0.000042024	45	0.000012121	55	0.000048140	
6	0.000028855	16	0.000050076	26	0.000052316	36	0.000027676	46	0.000019600	56	0.000063958	
7	0.000028797	17	0.000112086	27	0.000073390	37	0.000024090	47	0.000021328	57	0.000033544	
8	0.000038649	18	0.000038120	28	0.000059429	38	0.000015067	48	0.000043875	58	0.000069273	
9	0.000047472	19	0.000062568	29	0.000049168	39	0.000010166	49	0.000024494	59	0.000056898	
10	0.000046342	20	0.000096084	30	0.000067770	40	0.000013107	50	0.000033029	60	0.001153932	
S^a	0.000245387 exclus. des 1. Gliedes 0.000002490	S^a	0.000608713	S^a	0.000645045	S^a	0.000307726	S^a	0.000165010	S^a	0.001648561	

Tabelle XXV.

Vertikaldruck $V' - v'', V'' - v'''$ etc. der auf jedem Gewölbkeil ruhenden Stirnmauer in Kubikschuhen, welche noch mit $57.3(r+c)^2$ zu multiplizieren sind, für $c=0$.

des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	
1	0.000000020	11	0.000006788	21	0.000028420	31	0.000033360	41	0.000004153	51	0.000049652	
2	0.000000191	12	0.000013240	22	0.000025254	32	0.000023855	42	0.000000066	52	0.000070067	
3	0.000000428	13	0.000009936	23	0.000029223	33	0.000026313	43	0.000002430	53	0.000058285	
4	0.000001213	14	0.000015005	24	0.000029651	34	0.000026496	44	0.000012108	54	0.000084636	
5	0.000001544	15	0.000010925	25	0.000032540	35	0.000028809	45	0.000012250	55	0.000068050	
6	0.000002812	16	0.000013884	26	0.000025069	36	0.000019778	46	0.000019964	56	0.000093688	
7	0.000003299	17	0.000033483	27	0.000036928	37	0.000018235	47	0.000022837	57	0.000080801	
8	0.000005070	18	0.000012030	28	0.000031255	38	0.000017795	48	0.000047978	58	0.000109252	
9	0.000007122	19	0.000021143	29	0.000026902	39	0.000008272	49	0.000027862	59	0.000093123	
10	0.000007887	20	0.000033966	30	0.000034932	40	0.000011193	50	0.000038760	60	0.001959540	
S^a	0.000029503	S^a	0.000170400	S^a	0.000300174	S^a	0.000208106	S^a	0.000180102	S^a	0.002667103	

Tabelle XXVI.

Horizontaldruck-Moment $(H' - h'') \cos \frac{1}{2}$, $(H'' - h''') \cos \frac{3}{2}$ etc. der auf jedem Gewölbkeil ruhenden Stirnmauer in Biquadratshuhen, welche noch mit $57.3(r+d)^2$ zu multiplizieren sind, für $c=0$.

des Keils	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n - \frac{1}{2})$	des Keils	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n - \frac{1}{2})$	des Keils	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n - \frac{1}{2})$	des Keils	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n - \frac{1}{2})$	des Keils	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n - \frac{1}{2})$	des Keils	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n - \frac{1}{2})$
1	0.000002490	11	0.000035683	21	0.000709488	31	0.000481299	41	0.000003496	51	0.000025885
2	0.000007297	12	0.000063308	22	0.000597060	32	0.000326316	42	0.000000000	52	0.000034396
3	0.000009990	13	0.000043822	23	0.000647023	33	0.000348159	43	0.000001916	53	0.000026995
4	0.000018862	14	0.000060458	24	0.000621726	34	0.000333200	44	0.000008917	54	0.000037065
5	0.000018843	15	0.000040269	25	0.000646100	35	0.000346080	45	0.000008627	55	0.000027898
6	0.000028656	16	0.000048150	26	0.000471746	36	0.000224664	46	0.000013720	56	0.000036224
7	0.000028598	17	0.000107296	27	0.000656930	37	0.000193523	47	0.000014654	57	0.000029532
8	0.000038252	18	0.000363093	28	0.000526878	38	0.000118950	48	0.000029565	58	0.000037160
9	0.000046878	19	0.000592500	29	0.000431098	39	0.000078982	49	0.000016219	59	0.000029702
10	0.000045652	20	0.000904320	30	0.000536790	40	0.000101001	50	0.000021482	60	0.000585027
S^a	0.000243028	S^a	0.002258899	S^a	0.005844839	S^a	0.002552174	S^a	0.000111604	S^a	0.000869884
exclus. des 1. Gliedes 0.000002490											

Tabelle XXVII.

Vertikaldruck-Moment $(V' - v'') \sin \frac{1}{2}$, $(V'' - v''') \sin \frac{3}{2}$ etc. der auf jedem Gewölbkeil ruhenden Stirnmauer in Biquadratshuhen, welche noch mit $57.3(r+d)^2$ zu multiplizieren sind, für $c=0$.

des Keils	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n - \frac{1}{2})$	des Keils	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n - \frac{1}{2})$	des Keils	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n - \frac{1}{2})$	des Keils	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n - \frac{1}{2})$	des Keils	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n - \frac{1}{2})$	des Keils	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n - \frac{1}{2})$
1	0.000000000	11	0.000001233	21	0.000009947	31	0.000016913	41	0.000002693	51	0.000038280
2	0.000000004	12	0.000002648	22	0.000009241	32	0.000012449	42	0.000000039	52	0.000054786
3	0.000000018	13	0.000002157	23	0.000011162	33	0.000014128	43	0.000001640	53	0.000046216
4	0.000000073	14	0.000003495	24	0.000011800	34	0.000014622	44	0.000008324	54	0.000067957
5	0.000000120	15	0.000002730	25	0.000013471	35	0.000016300	45	0.000008575	55	0.000055392
6	0.000000266	16	0.000003705	26	0.000010780	36	0.000011466	46	0.000014231	56	0.000077192
7	0.000000371	17	0.000006258	27	0.000016466	37	0.000010328	47	0.000016551	57	0.000067306
8	0.000000659	18	0.000003609	28	0.000014406	38	0.000007174	48	0.000035353	58	0.000092097
9	0.000001048	19	0.000006701	29	0.000012831	39	0.000005143	49	0.000020867	59	0.000079338
10	0.000001300	20	0.000011308	30	0.000017185	40	0.000007123	50	0.000028457	60	0.001687172
S^a	0.000003859	S^a	0.000047094	S^a	0.000127289	S^a	0.000116146	S^a	0.000132344	S^a	0.002255336

Tabelle XXVIII.

Schiefer Druck $S'-s'', s''-s'''$ etc. der zur Stirnmauer jedes Gewölbbeils noch gehörigen Mauer in Kubikschuhen, welche noch mit $57.3 d(r+d)$ zu multiplizieren sind, für $e = 0$.

des Keils.	$S^n - s^{n+1}$	des Keils.	$S^n - s^{n+1}$	des Keils.	$S^n - s^{n+1}$	des Keils.	$S^n - s^{n+1}$	des Keils.	$S^n - s^{n+1}$	des Keils.	$S^n - s^{n+1}$
1	0.01744000 0.01744302 0.00000302	11	0.01694934 0.01678740 0.00016194	21	0.01544880 0.01514970 0.00029910	31	0.01314570 0.01274592 0.00039978	41	0.01030827 0.00986433 0.00044394	51	0.00728178 0.00682956 0.00045222
2	0.01744930 0.01742256 0.00002674	12	0.01683879 0.01666032 0.00017847	22	0.01524744 0.01495032 0.00029712	32	0.01288056 0.01247640 0.00040416	42	0.01000920 0.00955889 0.00045031	52	0.00698328 0.00652992 0.00045336
3	0.01743302 0.01739514 0.00003788	13	0.01672860 0.01652400 0.00020460	23	0.01504740 0.01472702 0.00032038	33	0.01260960 0.01219512 0.00041448	43	0.00971453 0.00925100 0.00046353	53	0.00668028 0.00624750 0.00045278
4	0.01741257 0.01735777 0.00005480	14	0.01659200 0.01638824 0.00020376	24	0.01483944 0.01450540 0.00033404	34	0.01234152 0.01192328 0.00041824	44	0.00940412 0.00894815 0.00045597	54	0.00638400 0.00595080 0.00043320
5	0.01737518 0.01729310 0.00008208	15	0.01645596 0.01623618 0.00021978	25	0.01461698 0.01426964 0.00034734	35	0.01206798 0.01164020 0.00042778	45	0.00909875 0.00865034 0.00044841	55	0.00610470 0.00566566 0.00043904
6	0.01732786 0.01723848 0.00008938	16	0.01632048 0.01609202 0.00022846	26	0.01439620 0.01403360 0.00036260	36	0.01178320 0.01135248 0.00043072	46	0.00879842 0.00833852 0.00045990	56	0.00580580 0.00538752 0.00041828
7	0.01727320 0.01716412 0.00010908	17	0.01615914 0.01590557 0.00025357	27	0.01414336 0.01379285 0.00035051	37	0.01149368 0.01105442 0.00043926	47	0.00849612 0.00803250 0.00046362	57	0.00552416 0.00510150 0.00042266
8	0.01719876 0.01708992 0.00010884	18	0.01600571 0.01573680 0.00026891	28	0.01391725 0.01354539 0.00037186	38	0.01120776 0.01075250 0.00045526	48	0.00818720 0.00773216 0.00045504	58	0.00524400 0.00482850 0.00041550
9	0.01714148 0.01699864 0.00014284	19	0.01581980 0.01554300 0.00027680	29	0.01366867 0.01327620 0.00039247	39	0.01090375 0.01045476 0.00044899	49	0.00788400 0.00743105 0.00045295	59	0.00496725 0.00455793 0.00040932
10	0.01705036 0.01689777 0.00015259	20	0.01564200 0.01535040 0.00029160	30	0.01341354 0.01300971 0.00040383	40	0.01060392 0.01016120 0.00044272	50	0.00757290 0.00713592 0.00044398	60	0.00469278 0.00000000 0.00469278

Tabelle XXIX.

Horizontaldruck $H' - h'', H'' - h'''$ etc. der zur Stirnmauer jedes Gewölbbeils gehörigen Mauer in Kubikschuhen, welche noch mit $57.3 d (r+d)$ zu multiplizieren sind, für $c=0$.

des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$	des Keils.	$H^n - h^{n+1}$
1	0.000003020	11	0.000159246	21	0.000279864	31	0.000344400	41	0.000337440	51	0.000287472
2	0.000026730	12	0.000174440	22	0.000276210	32	0.000344208	42	0.000337055	52	0.000281766
3	0.000037850	13	0.000199104	23	0.000295680	33	0.000349002	43	0.000341231	53	0.000262656
4	0.000053892	14	0.000198288	24	0.000306278	34	0.000348194	44	0.000330610	54	0.000257635
5	0.000081754	15	0.000212960	25	0.000315770	35	0.000351848	45	0.000319424	55	0.000254620
6	0.000088555	16	0.000219564	26	0.000326524	36	0.000350020	46	0.000322460	56	0.000236588
7	0.000108237	17	0.000242627	27	0.000313250	37	0.000352956	47	0.000318544	57	0.000232944
8	0.000108019	18	0.000256626	28	0.000329964	38	0.000360815	48	0.000307125	58	0.000222855
9	0.000141427	19	0.000261648	29	0.000344176	39	0.000351118	49	0.000299886	59	0.000213498
10	0.000149872	20	0.000274122	30	0.000350610	40	0.000340782	50	0.000288156	60	0.0002377830
S^a	0.000796336	S^a	0.001998625	S^a	0.003338326	S^a	0.003493343	S^a	0.003201931	S^a	0.004627864
exclus. des 1. Gliedes 0.000003020											

Tabelle XXX.

Vertikaldruck $V' - v'', V'' - v'''$ etc. der zur Stirnmauer jedes Gewölbbeils gehörigen Mauer in Kubikschuhen, welche noch mit $57.3 d (r+d)$ zu multiplizieren sind, für $c=0$.

des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$	des Keils.	$V^n - v^{n+1}$
1	0.000000026	11	0.000029465	21	0.000104685	31	0.000202800	41	0.000288156	51	0.000348646
2	0.000000694	12	0.000036161	22	0.000108738	32	0.000210940	42	0.000298098	52	0.000354480
3	0.000001648	13	0.000044193	23	0.000122354	33	0.000222532	43	0.000312862	53	0.000343131
4	0.000003342	14	0.000047462	24	0.000132932	34	0.000230846	44	0.000313728	54	0.000347859
5	0.000006396	15	0.000054925	25	0.000143782	35	0.000242078	45	0.000313880	55	0.000357346
6	0.000008483	16	0.000060982	26	0.000155918	36	0.000249806	46	0.000327980	56	0.000344596
7	0.000012317	17	0.000071994	27	0.000156323	37	0.000261324	47	0.000336110	57	0.000352025
8	0.000014144	18	0.000080670	28	0.000171400	38	0.000276761	48	0.000335335	58	0.000350266
9	0.000020991	19	0.000087745	29	0.000187174	39	0.000279278	49	0.000338844	59	0.000348723
10	0.000025162	20	0.000097102	30	0.000198669	40	0.000281557	50	0.000337440	60	0.000340414
S^a	0.000033151	S^a	0.000610699	S^a	0.001481975	S^a	0.002457922	S^a	0.003202433	S^a	0.007187486

Tabelle XXXI.

Horizontaldruck-Moment $(H' - h'') \cos \frac{1}{2}, (H'' - h''') \cos \frac{3}{2}$ etc. der zur Stirnmauer jedes Gewölbkeils gehörigen Mauer in Biquadratschuh, welche noch mit $57.3 d(r+d)$ zu multiplizieren sind, für $c=0$.

des Keils.	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n - \frac{1}{2})$	des Keils.	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n - \frac{1}{2})$	des Keils.	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n - \frac{1}{2})$	des Keils.	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n - \frac{1}{2})$	des Keils.	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n - \frac{1}{2})$	des Keils.	$(H^n - h^{n+1}) \cos(n - \frac{1}{2})$
1	0.000003020	11	0.000156490	21	0.000262080	31	0.000296520	41	0.000256420	51	0.000182780
2	0.000026720	12	0.000170910	22	0.000256860	32	0.000293250	42	0.000252410	52	0.000175220
3	0.000037760	13	0.000194320	23	0.000273220	33	0.000294200	43	0.000251460	53	0.000159660
4	0.000053790	14	0.000192750	24	0.000280780	34	0.000290050	44	0.000239680	54	0.000153270
5	0.000081450	15	0.000206180	25	0.000287280	35	0.000289880	45	0.000227730	55	0.000147660
6	0.000088050	16	0.000211370	26	0.000294500	36	0.000284900	46	0.000226000	56	0.000133860
7	0.000107440	17	0.000232650	27	0.000280310	37	0.000283730	47	0.000219120	57	0.000128610
8	0.000107030	18	0.000244790	28	0.000292710	38	0.000286110	48	0.000207290	58	0.000119640
9	0.000139840	19	0.000247990	29	0.000302120	39	0.000274560	49	0.000198600	59	0.000111440
10	0.000147800	20	0.000258200	30	0.000305020	40	0.000262680	50	0.000186970	60	0.000120540
Σ	0.000789880 <i>exclus. des 1. Gliedes</i> 0.000003020	Σ	0.002115650	Σ	0.002834880	Σ	0.002855880	Σ	0.002265680	Σ	0.002517680

Tabelle XXXII.

Vertikaldruck-Moment $(V' - v'') \sin \frac{1}{2}, (V'' - v''') \sin \frac{3}{2}$ etc. der zur Stirnmauer jedes Gewölbkeils gehörigen Mauer in Biquadratschuh, welche noch mit $57.3 d(r+d)$ zu multiplizieren sind, für $c=0$.

des Keils.	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n - \frac{1}{2})$	des Keils.	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n - \frac{1}{2})$	des Keils.	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n - \frac{1}{2})$	des Keils.	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n - \frac{1}{2})$	des Keils.	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n - \frac{1}{2})$	des Keils.	$(V^n - v^{n+1}) \sin(n - \frac{1}{2})$
1	0.000000000	11	0.000005278	21	0.000036400	31	0.000102414	41	0.000186912	51	0.000268308
2	0.000000018	12	0.000007164	22	0.000039528	32	0.000109620	42	0.000197276	52	0.000276828
3	0.000000069	13	0.000009504	23	0.000046604	33	0.000119214	43	0.000240600	53	0.000271999
4	0.000000201	14	0.000010951	24	0.000052934	34	0.000126960	44	0.000215344	54	0.000278641
5	0.000000499	15	0.000013750	25	0.000059202	35	0.000136972	45	0.000219100	55	0.000290598
6	0.000000798	16	0.000016287	26	0.000067080	36	0.000145000	46	0.000233151	56	0.000283456
7	0.000001356	17	0.000020448	27	0.000069576	37	0.000155295	47	0.000243600	57	0.000293216
8	0.000001820	18	0.000024000	28	0.000078831	38	0.000167808	48	0.000246895	58	0.000295050
9	0.000003087	19	0.000027579	29	0.000089199	39	0.000173538	49	0.000252824	59	0.000296496
10	0.000004125	20	0.000032301	30	0.000097416	40	0.000178716	50	0.000256120	60	0.0003478440
Σ	0.000011973	Σ	0.000167262	Σ	0.000636770	Σ	0.001415537	Σ	0.002261822	Σ	0.006033032

Tabelle XXXIII.

Momente der Horizontal-Pressungen H' , H'' , H''' etc. in Bezug auf das Hypomochlion α Fig VI.

des Keils	Momente, welche noch mit $57.3 \cdot r \cdot d$ zu multiplizieren sind.	Momente, welche noch mit $57.3 \cdot r^2 \cdot d$ zu multiplizieren sind.	Momente, welche noch mit $57.3 \cdot r^3 \cdot d$ zu multiplizieren sind.	Momente, welche noch mit $57.3 \cdot r^3$ zu multiplizieren sind.
2	0.000000144	0.000000144	0.000000077	0.0000000001
3	0.000000540	0.000000540	0.000000259	0.0000000006
4	0.000000992	0.000000992	0.000000504	0.0000000025
5	0.000001614	0.000001614	0.000000771	0.0000000034
6	0.000002232	0.000002232	0.000000996	0.0000000069
7	0.000003432	0.000003432	0.000001518	0.000000102
8	0.000004416	0.000004416	0.000001984	0.000000172
9	0.000006589	0.000006589	0.000002651	0.000000293
10	0.000007371	0.000007371	0.000003198	0.000000322
11	0.000009232	0.000009232	0.000004192	0.000000281
12	0.000011600	0.000011600	0.000004700	0.000000646
13	0.000014260	0.000014260	0.000006003	0.000000443
14	0.000015876	0.000015876	0.000006642	0.000000745
15	0.000019034	0.000019034	0.000008370	0.000000486
16	0.000021888	0.000021888	0.000009576	0.000000626
17	0.000023985	0.000023985	0.000008323	0.000002009
18	0.000027600	0.000027600	0.000012972	0.000000400
19	0.000030141	0.000030141	0.000013260	0.000001014
20	0.000032718	0.000032718	0.000013167	0.000001926
21	0.000036414	0.000036414	0.000016002	0.000001360
22	0.000040917	0.000040917	0.000018285	0.000001028
23	0.000041724	0.000041724	0.000019684	0.000001193

Tabelle XXXIV.

Minima und Maxima der Keilhöhen der gleichdicken, oben horizontal übermauerten Gewölbe.

Minimum	Maximum	für r	Minimum	Maximum	für r
von d			von d		
1'	1' 5"	35 ^{*)}	6'	7' 3"	97
1' 6"	2' 1"	40 ^{*)}	6' 6"	7' 9"	102
2'	2' 7"	45 ^{*)}	7'	8' 2"	108
2' 6"	3'	50 ^{4*)}	7' 6"	8' 8"	113
3'	3' 6"	56	8'	9' 2"	118
3' 6"	4'	61	8' 6"	9' 7"	123
4'	4' 6"	66	9'	10' 1"	129
4' 6"	5'	71	10'	10' 7"	134
5'	5' 5"	77 ^{5*)}	12'	12'	150
5' 6"	5' 11"	82			

^{*)} bei der Brücke über die Donau zu Regensburg ist $d=1$ und $r=28$ bis 30.

» » Brücke von Maxares über die Lere ist $d=1$ und $r=33$.

» » Karlsbrücke zu Nürnberg ist $d=1' 6''$ bis $1' 8''$ und $r=35$.

^{*)} » » Müllerbrücke über die Allier ist $d=1' 8''$ und $r=40$.

^{3*)} » » Brücke von Cravant über die Yonne ist $d=1' 3''$ und $r=43$.

^{4*)} » » Brücke von Saumur über die Loire ist $d=1' 9''$ bis $2'$ und $r=52$.

» » Brücke von Compiègne über die Oise ist $d=1' 2''$ und $r=50$.

^{5*)} » » Fleischbrücke zu Nürnberg ist $d=1' 3''$ bis $1' 6''$ und $r=46$.

Tabelle XXXV.

Radialdruck eines aus gleich breiten und gleich hohen Keilen bestehenden Tonnengewölbes auf seinen Lehrbogen für $c = 0$ und $\alpha = 1^\circ 26'$.

des Keils.	Radialdruck.	des Keils.	Radialdruck	des Keils.	Radialdruck
1	0.99968.g	15	0.85036.g	29	0.49311.g
2	0.99812.g	16	0.83180.g	30	0.45995.g
3	0.99531.g	17	0.81210.g	31	0.42589.g
4	0.99124.g	18	0.79126.g	32	0.39096.g
5	0.98593.g	19	0.76940.g	33	0.35515.g
6	0.97940.g	20	0.74620.g	34	0.31856.g
7	0.97163.g	21	0.72208.g	35	0.28110.g
8	0.96264.g	22	0.69813.g	36	0.24289.g
9	0.95241.g	23	0.67188.g	37	0.20385.g
10	0.94097.g	24	0.64459.g	38	0.16417.g
11	0.92832.g	25	0.61627.g	39	0.12371.g
12	0.91447.g	26	0.58695.g	40	0.08275.g
13	0.88398.g	27	0.55663.g	41	0.04102.g
14	0.86777.g	28	0.52534.g	42	0.00128.g
S^{α}	13.37187.g	S^{α}	9.82299.g	S^{α}	3.58311.g exclus. des letzten Gliedes.

Tabelle XXXVI.

Werthe des Horizontaldruckes S , welcher von dem Gewölbe und Menschengebränge, und des Horizontaldruckes m , welcher von 2 vierspännigen Lastwagen entsteht.

Central- Winkel eines Keiles zu α Grad.	S	$m^{*)}$	$m^{**})$	$m^{3*})$	Bemerkungen.
$\frac{1}{2}$	0.74	85	127.5	255	*) wenn die obere Breite eines Keils, wie bei Backsteinen, nur $\frac{1}{4}$ Schuh,
1	0.73	42	63	126	
2	0.70	20.2	30.3	60.6	**) wenn die obere Breite eines Keils $\frac{1}{2}$ Schuh,
3	0.69	13.3	19.9	39.9	
4	0.68	9.7	14.5	29.1	3*) wenn die obere Breite eines Keils 1 Schuh oder größer ist.
5	0.66	7.6	11.4	22.8	
6	0.65	6.1	9.1	18.3	
7	0.63	5.1	7.6	15.3	
8	0.61	4.4	6.6	13.2	
9	0.59	3.7	5.5	11.1	
10	0.58	3.3	4.9	9.9	

multipliziert mit
 $[d(r+d') + d'(r+\frac{d}{2})]$



Fig. I.

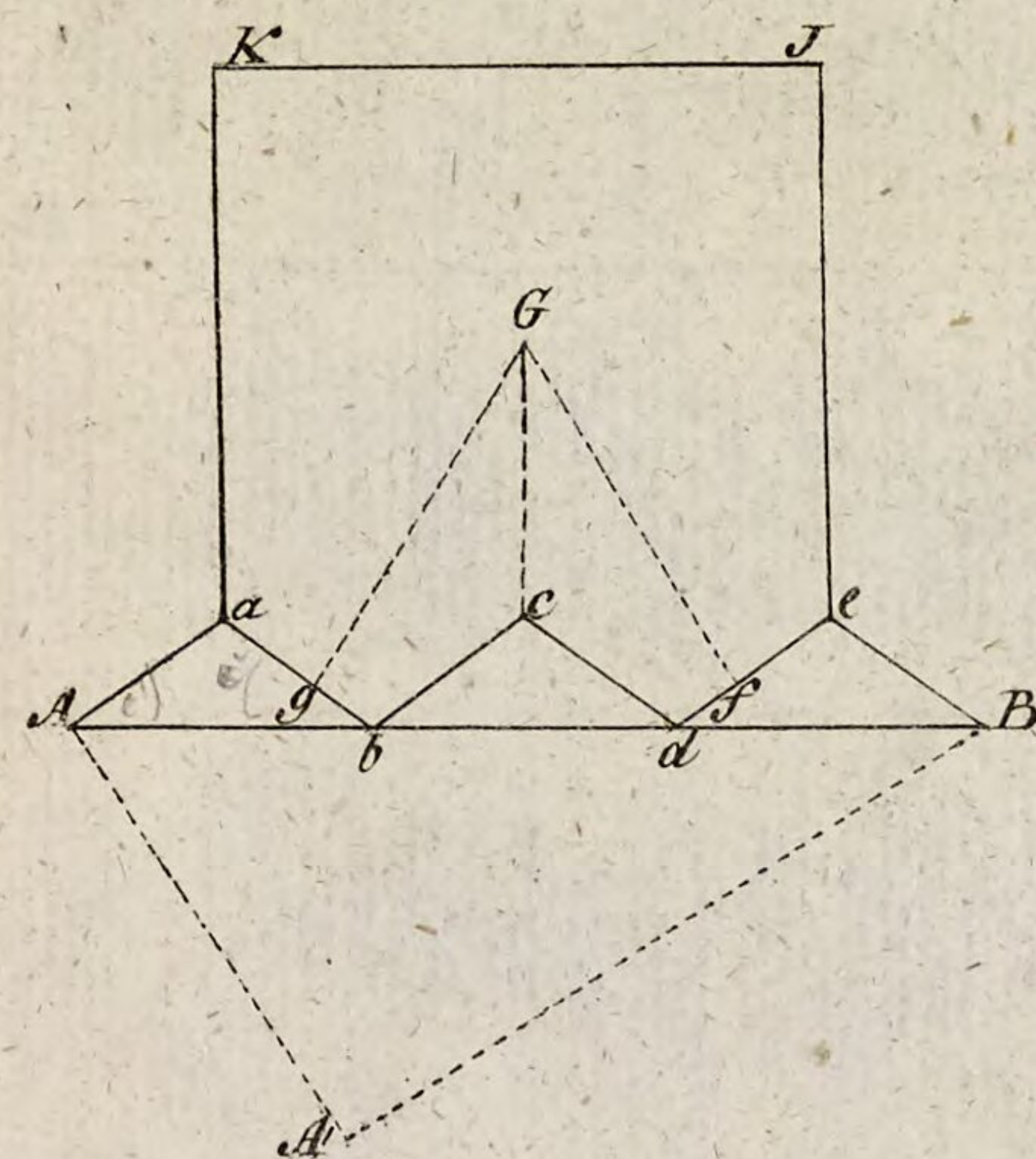


Fig. II.

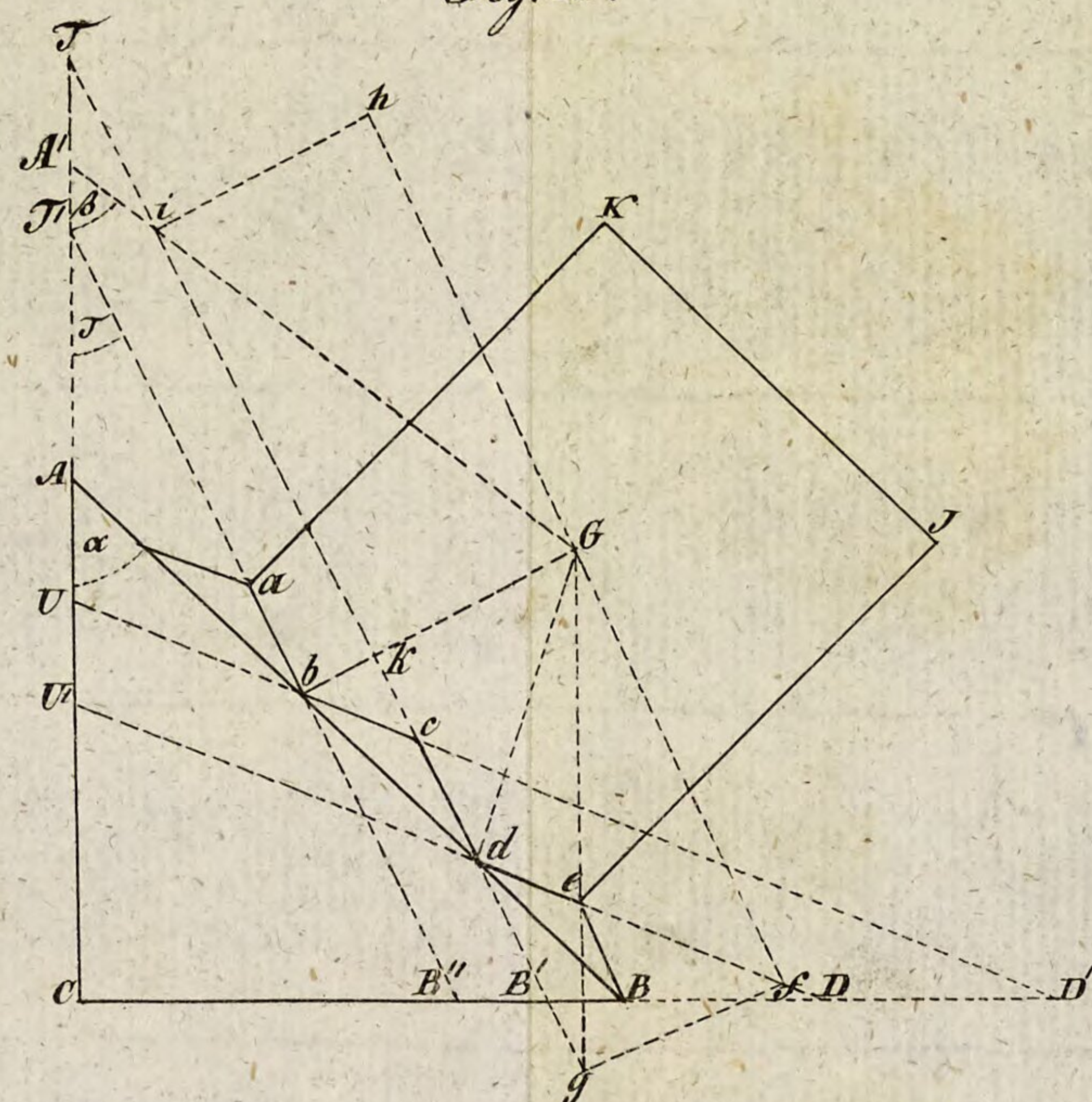


Fig. III.

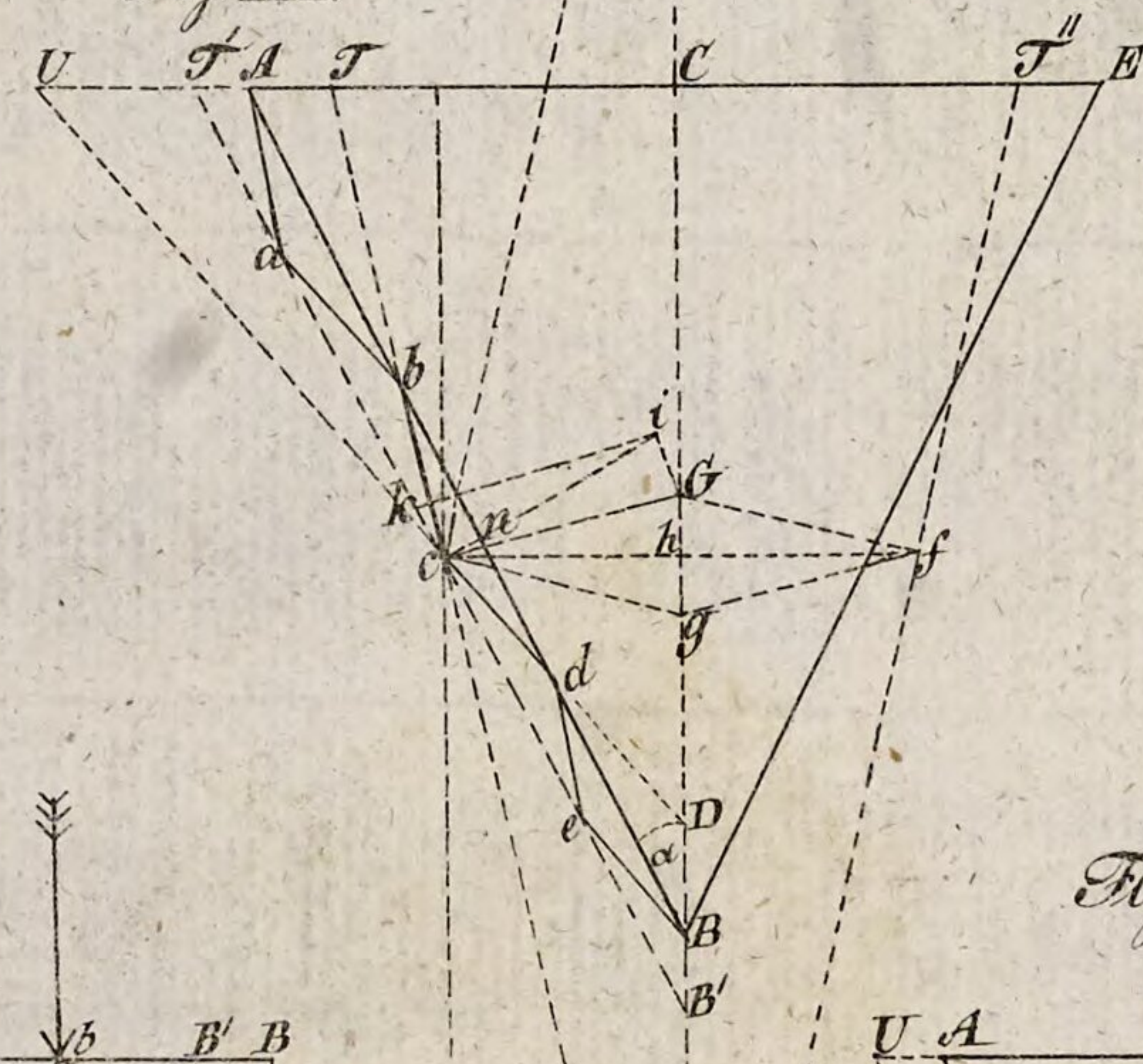


Fig. III. a.

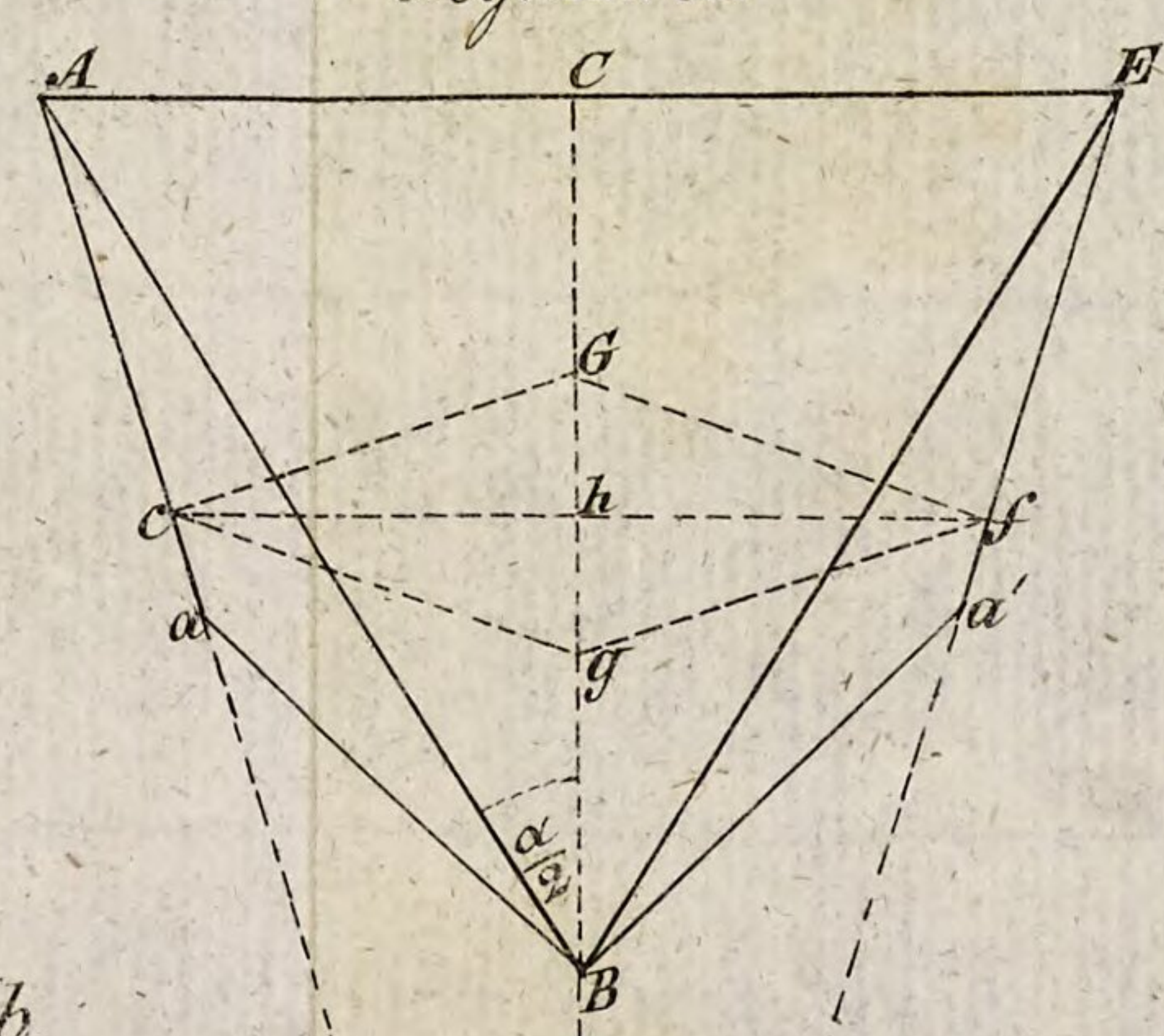


Fig. III. b.

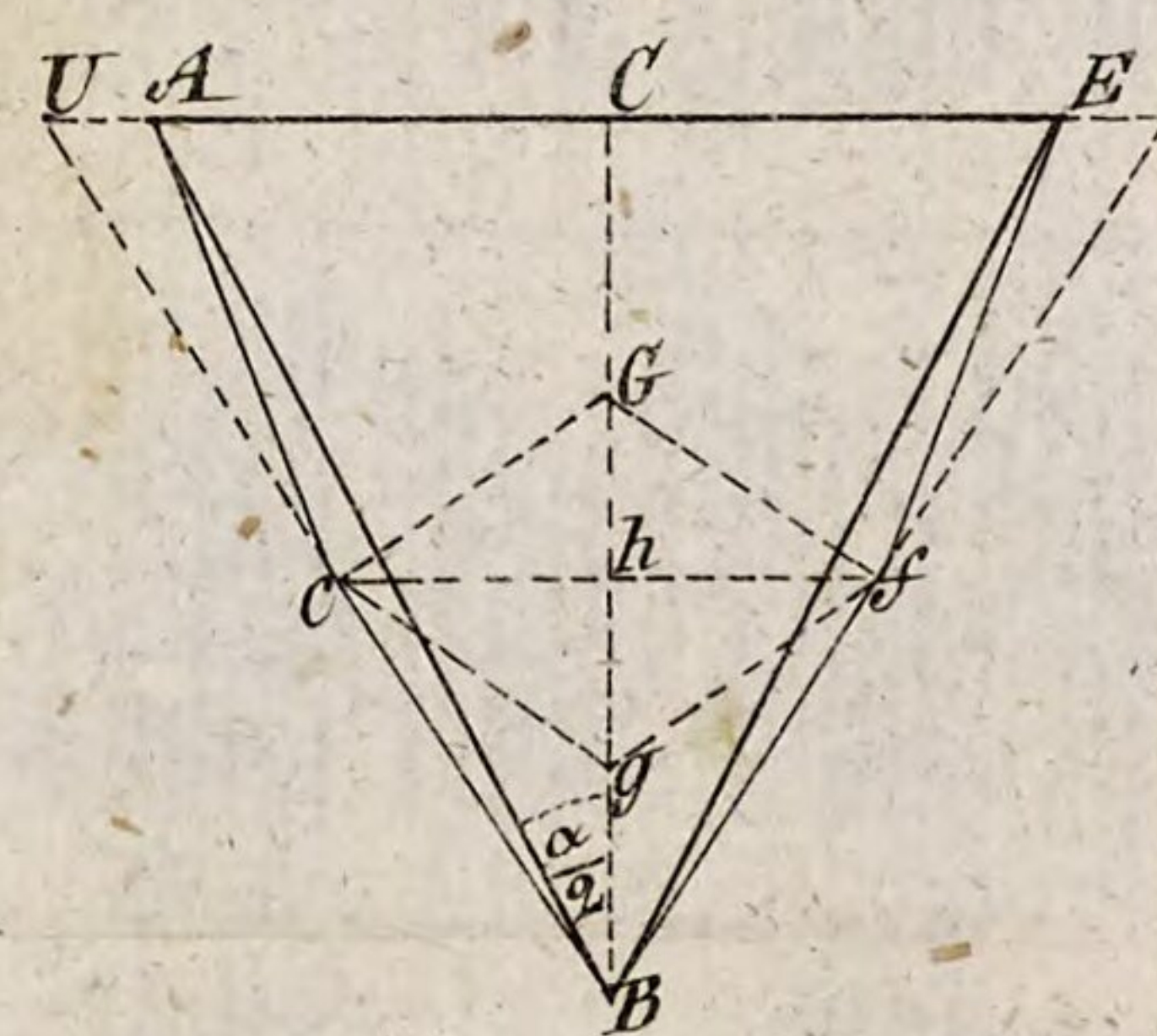


Fig. V.

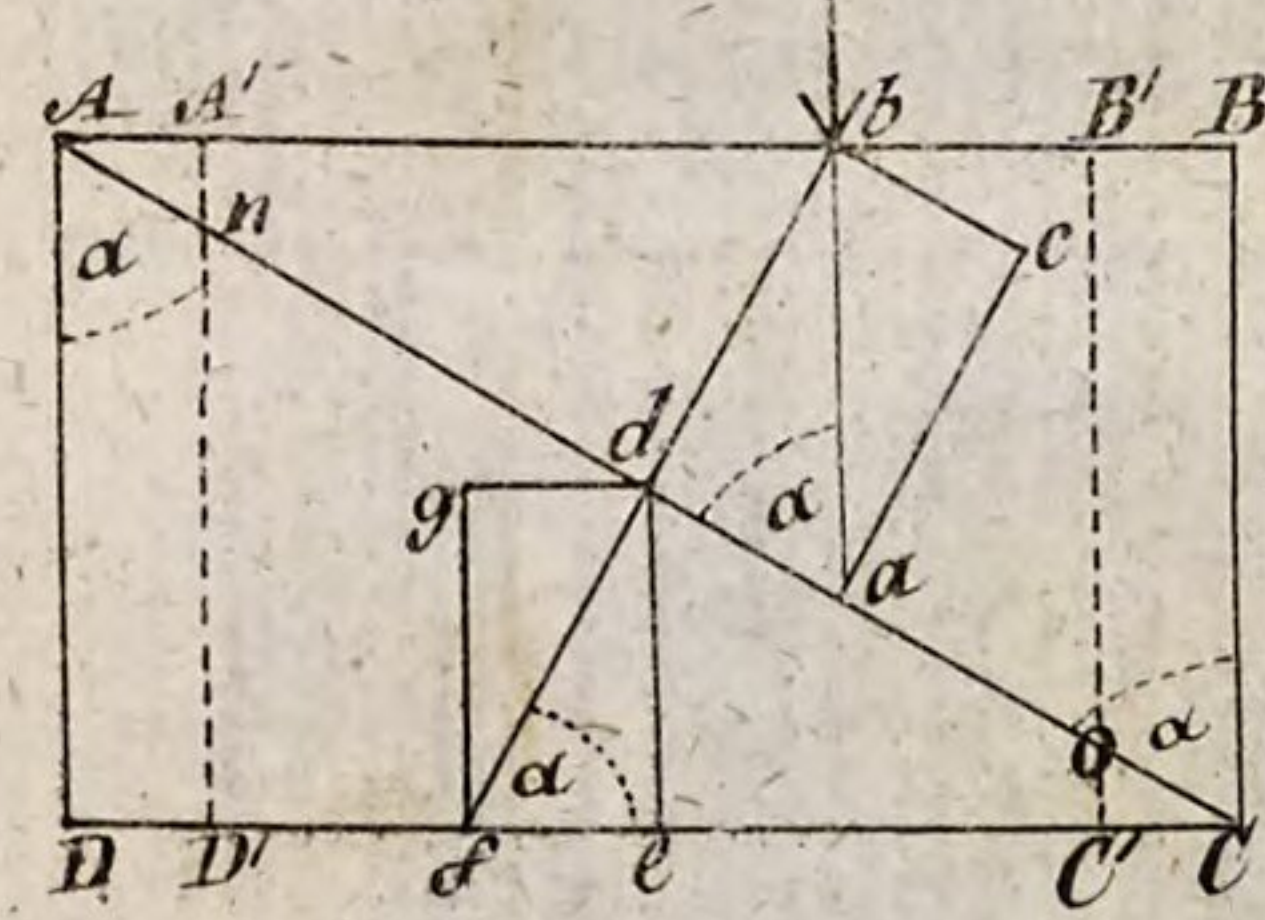


Fig. VI.

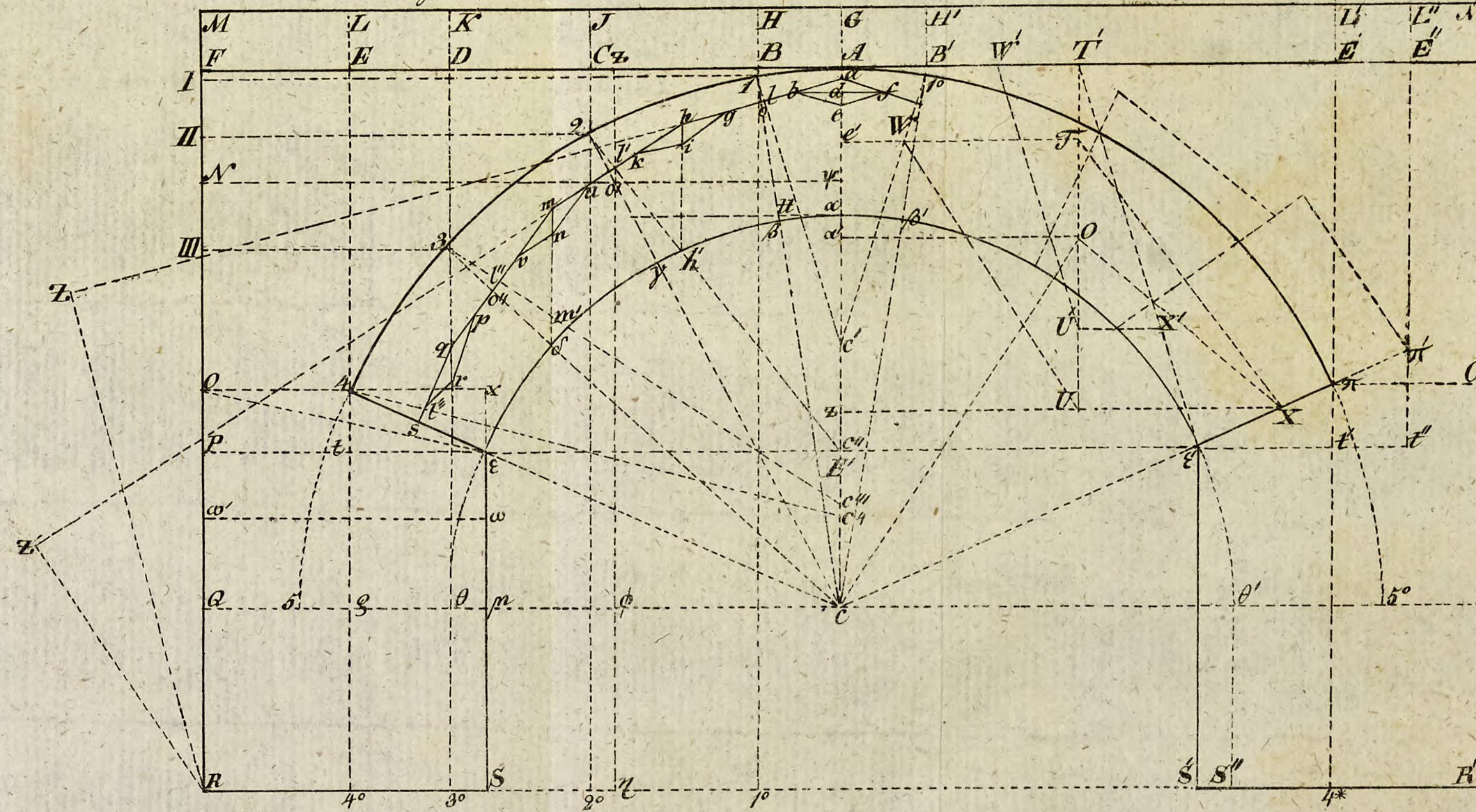


Fig. VII.

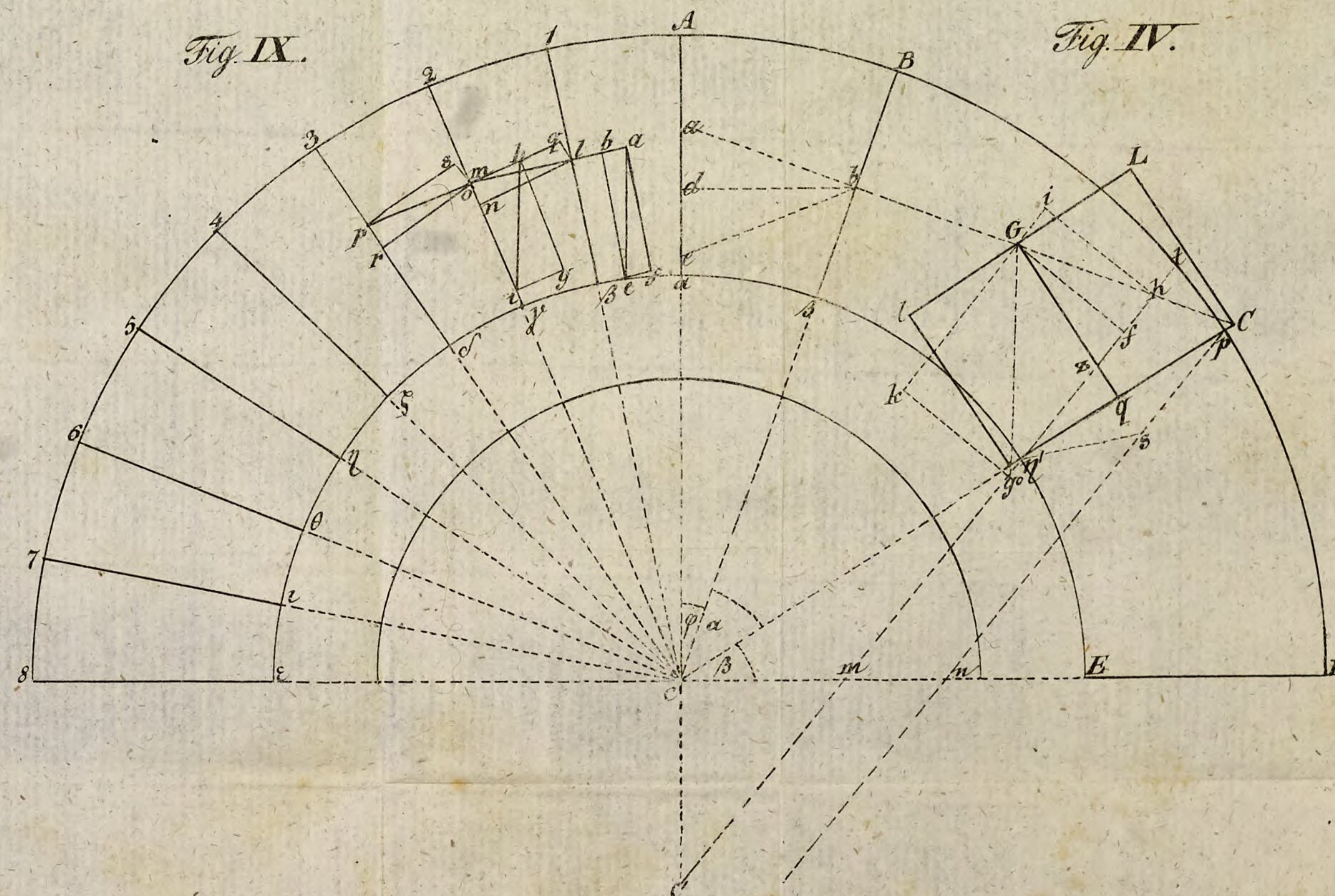


Fig. VIII.

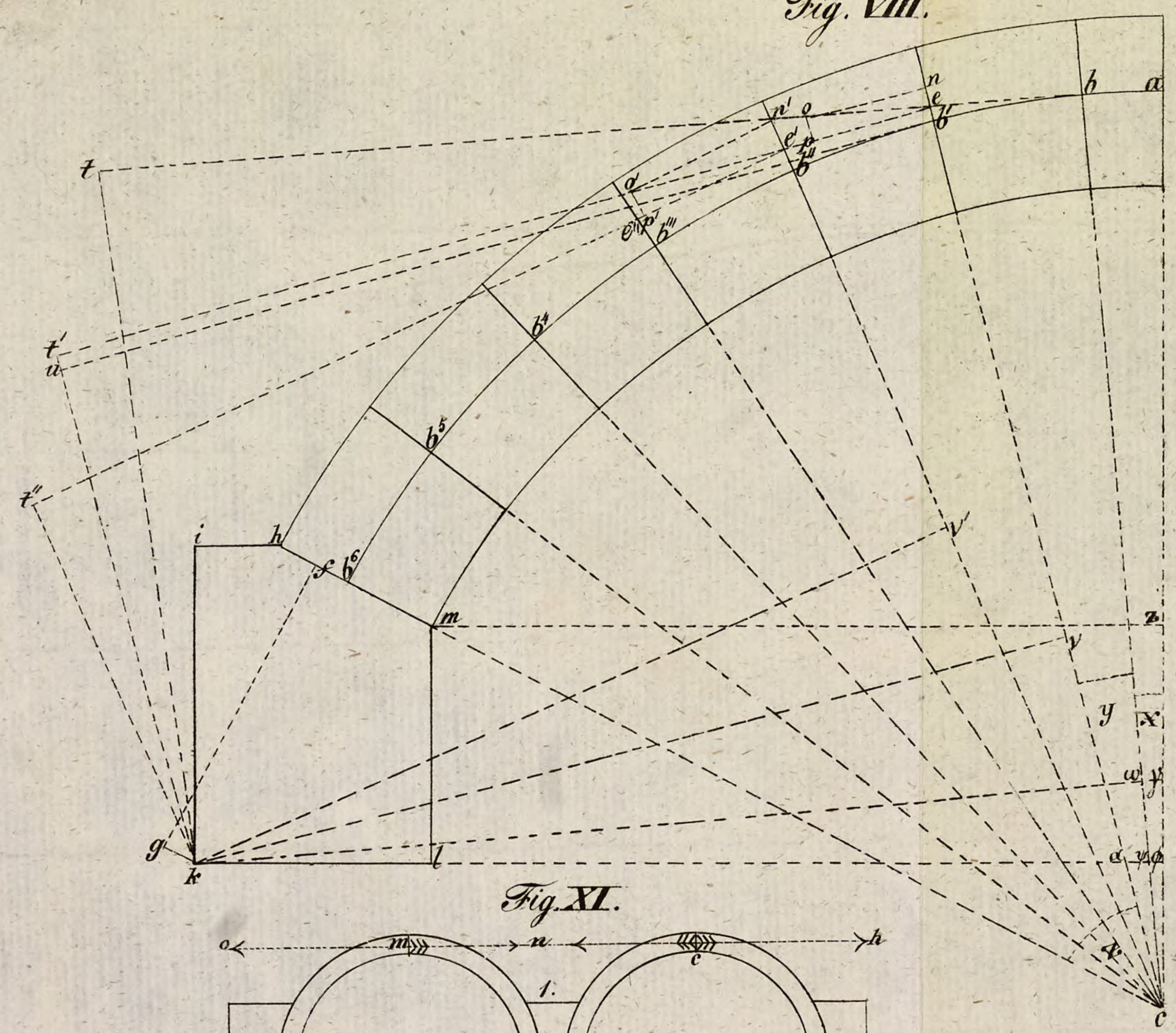


Fig. XI.

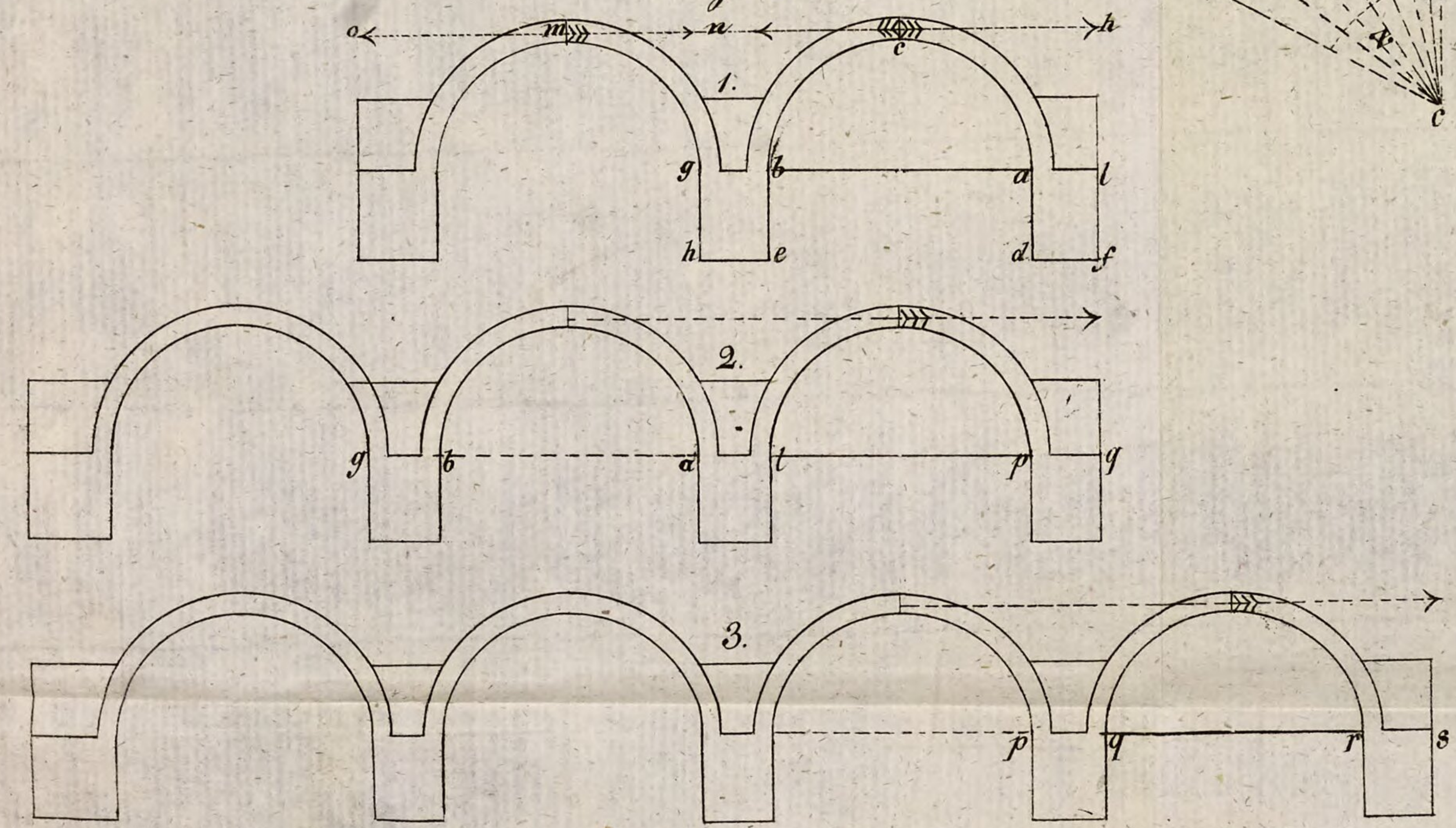


Fig. XIII.

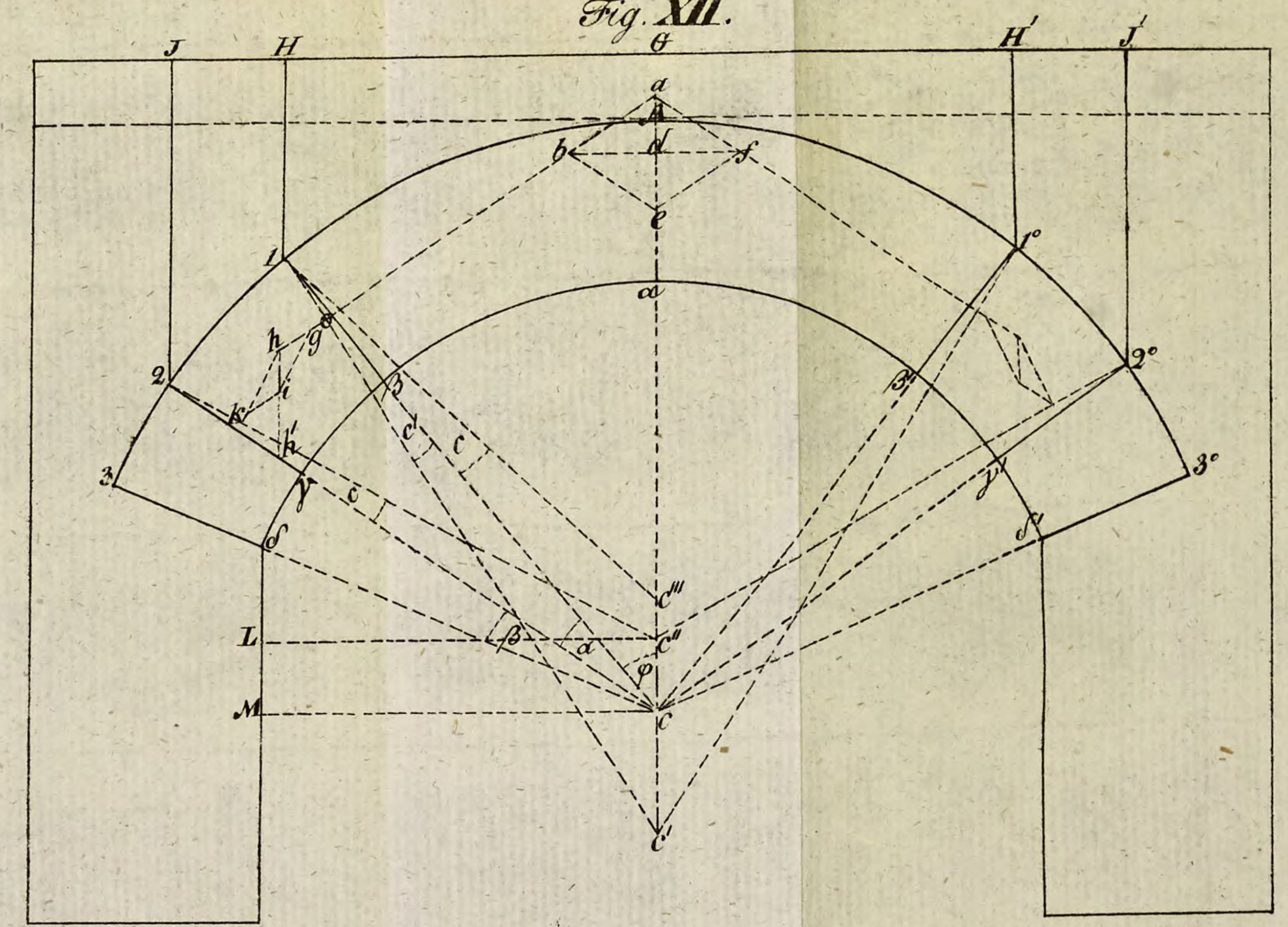


Fig. X.

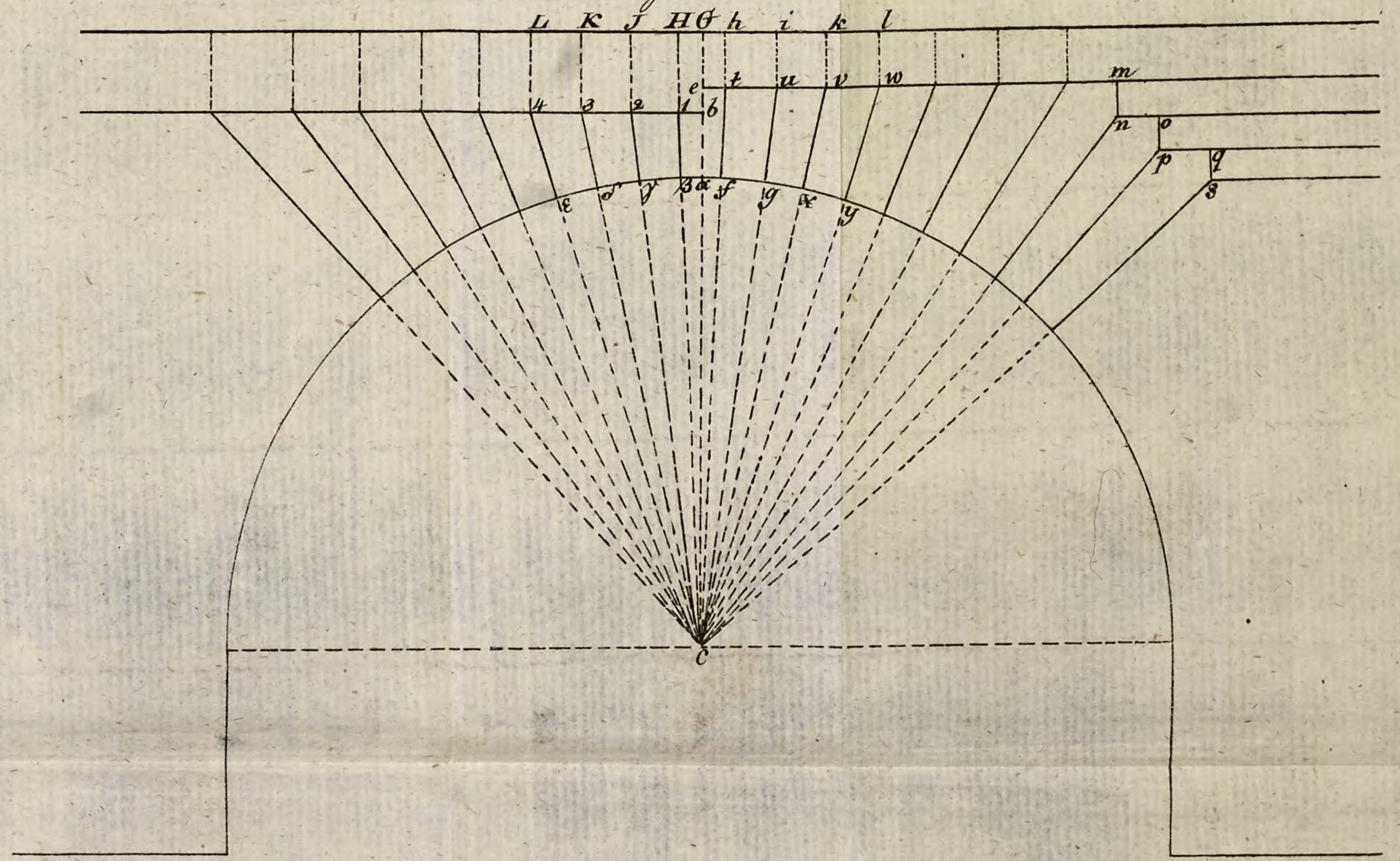


Fig. XIII.

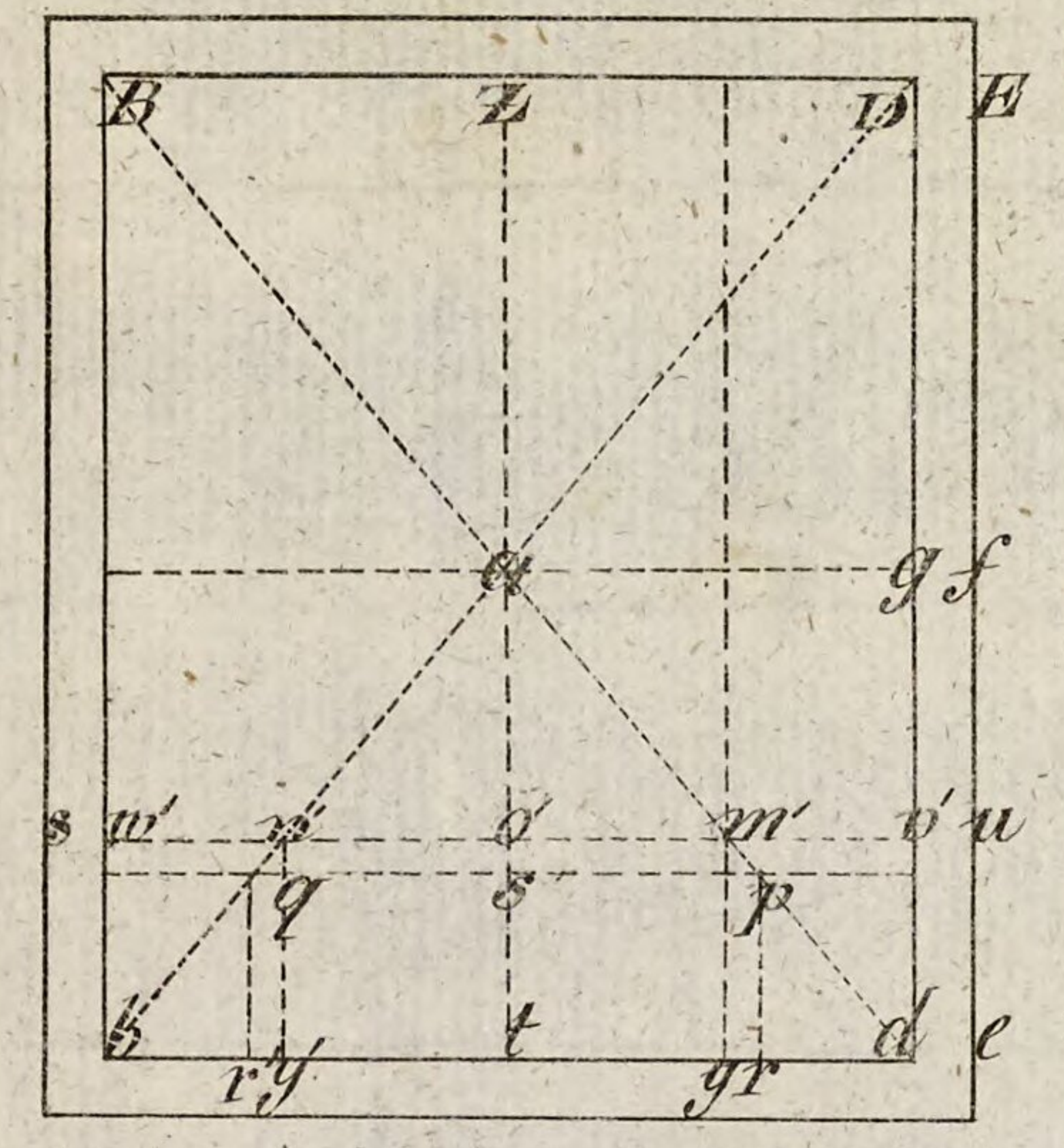


Fig. XIV.

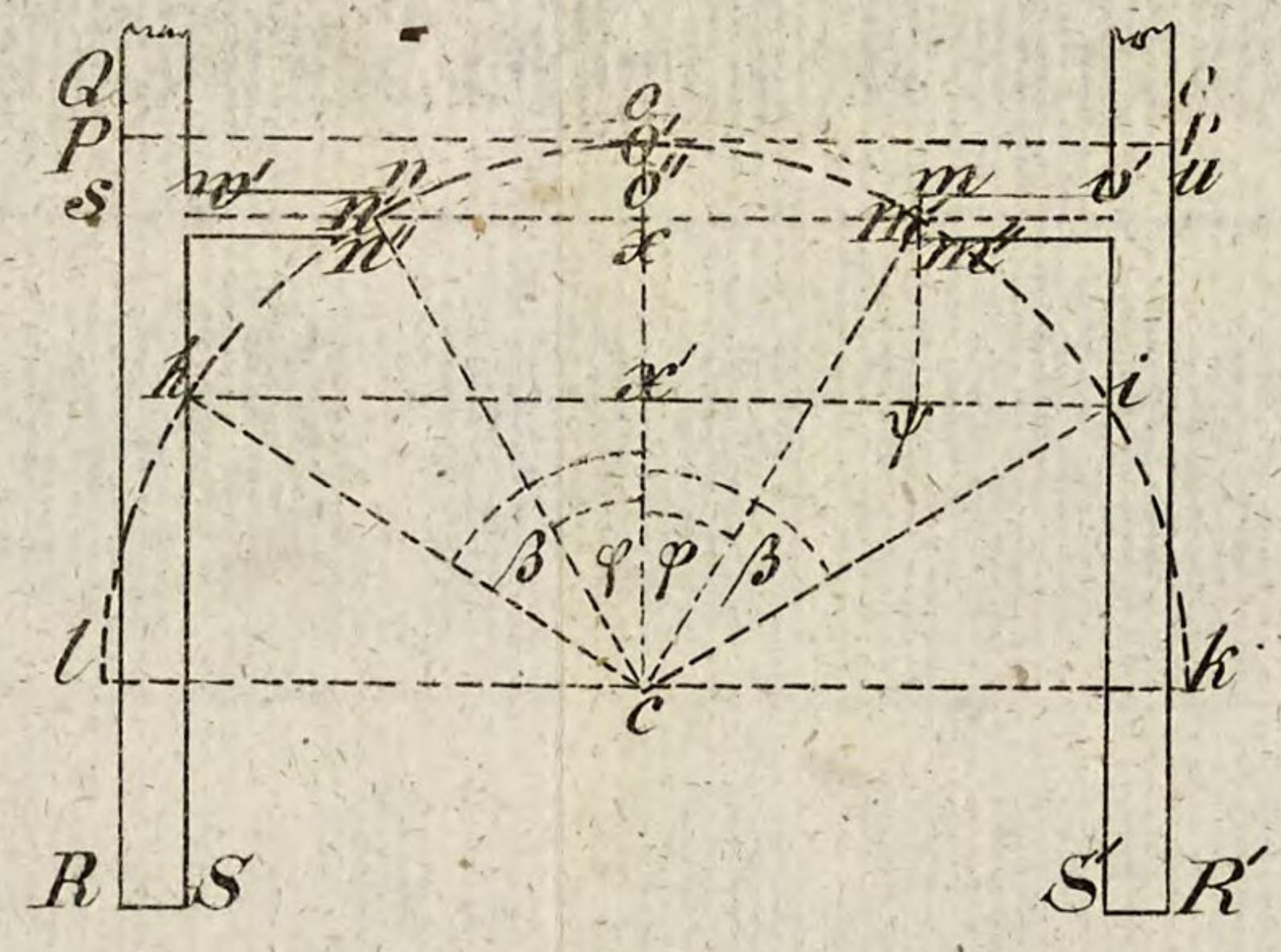


Fig. XVI.

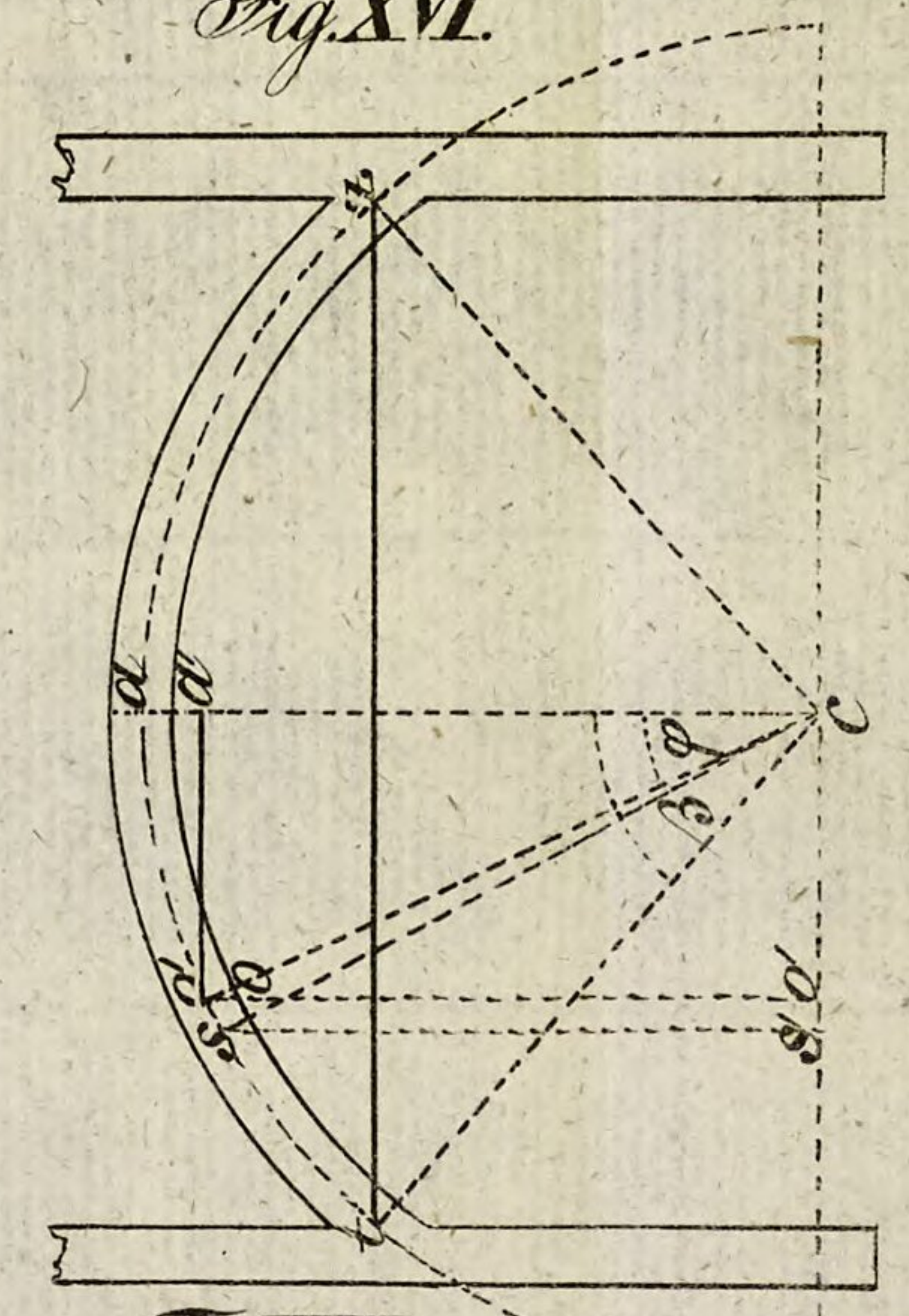


Fig. XIV.

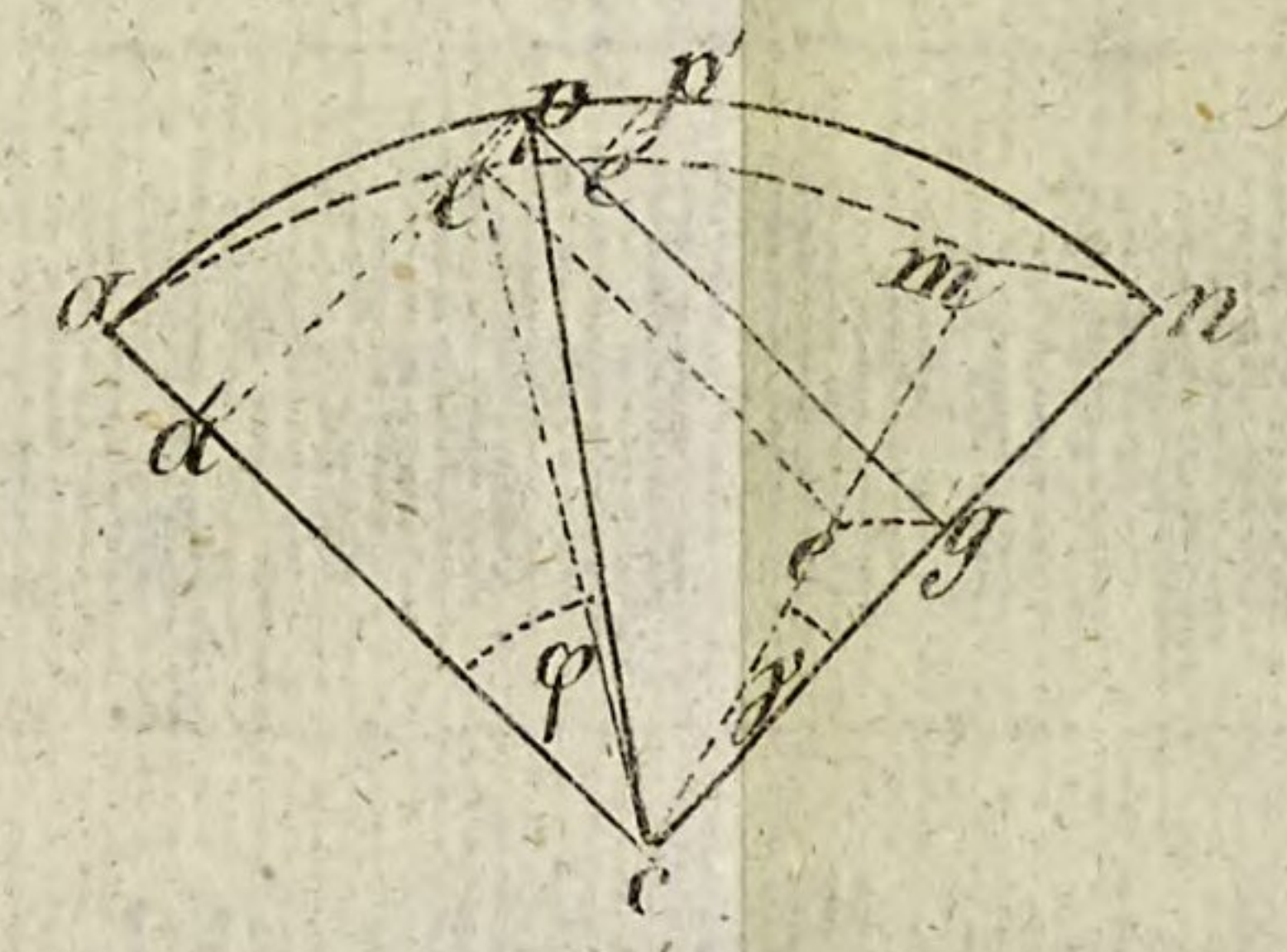


Fig. XVII.

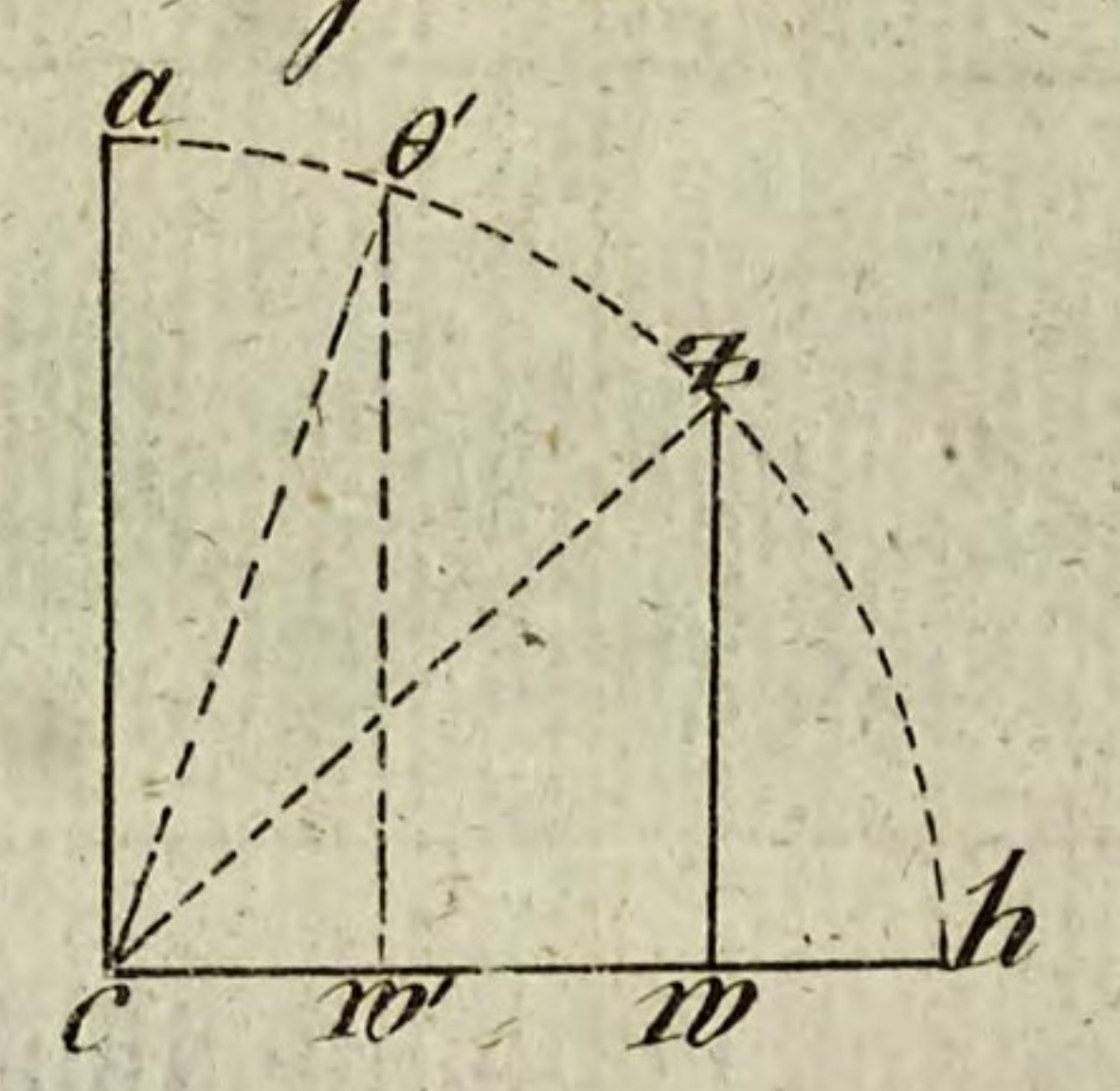


Fig. XVIII.

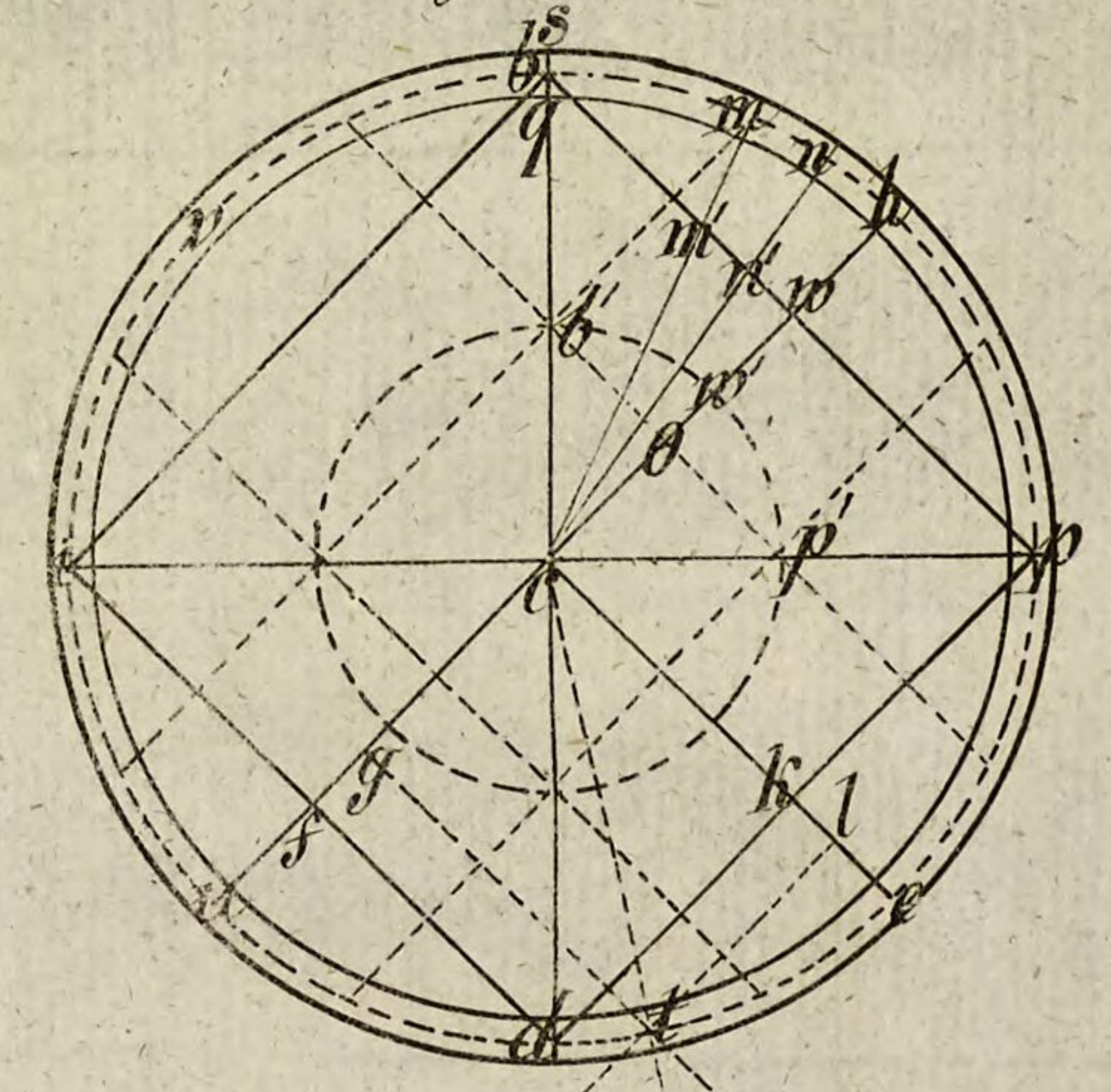


Fig. XV.

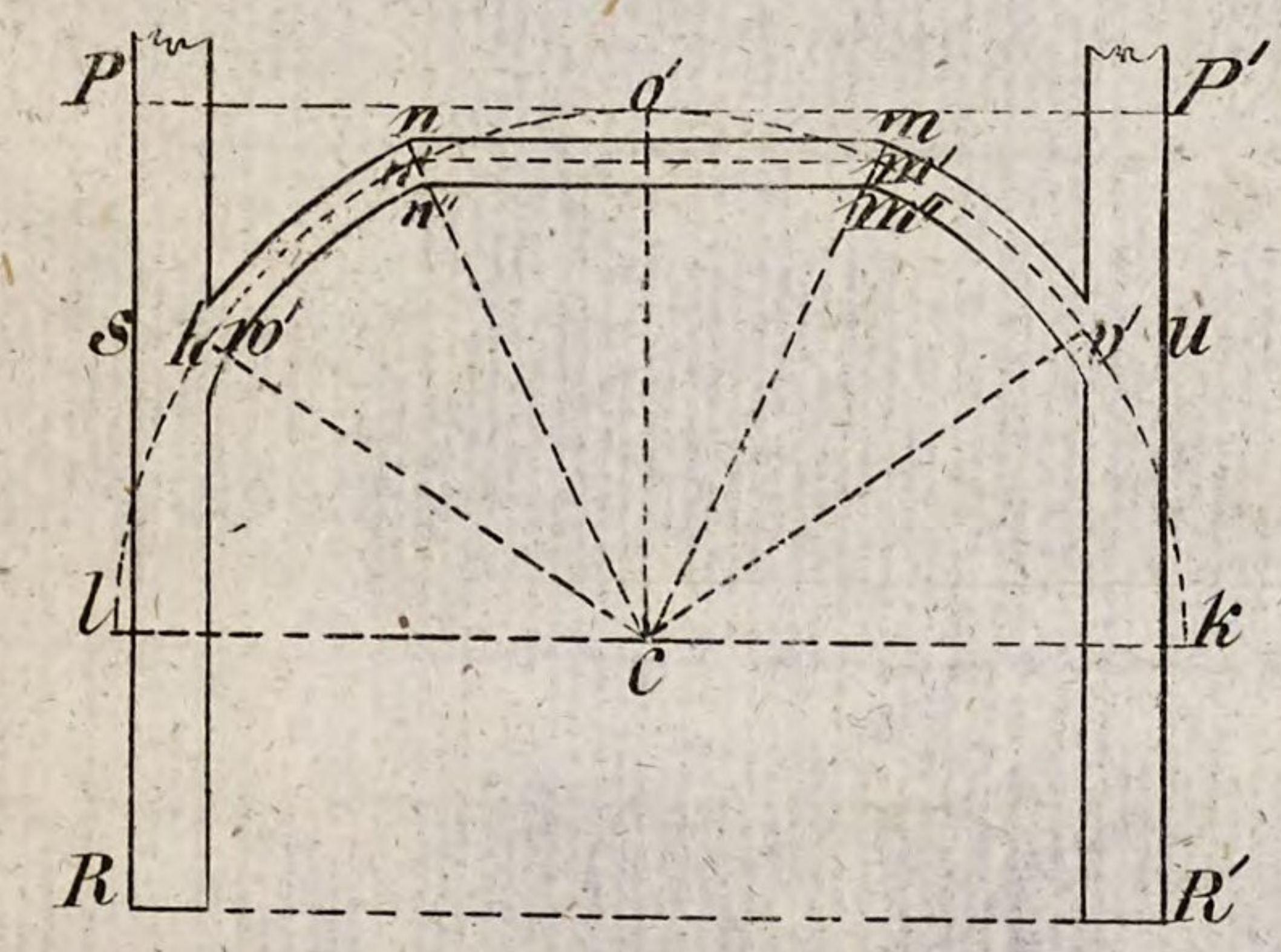


Fig. XVII.

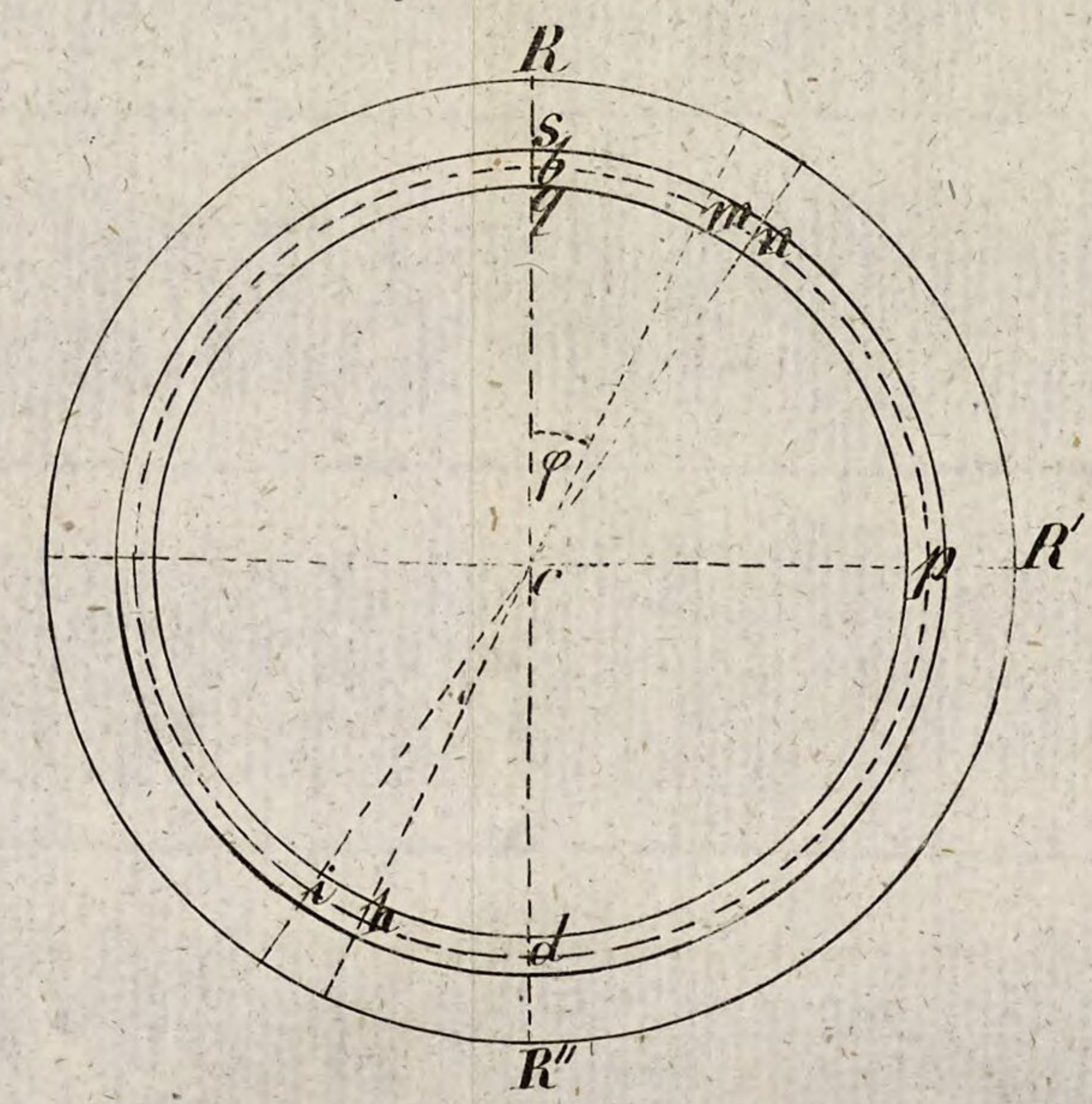


Fig. XX.

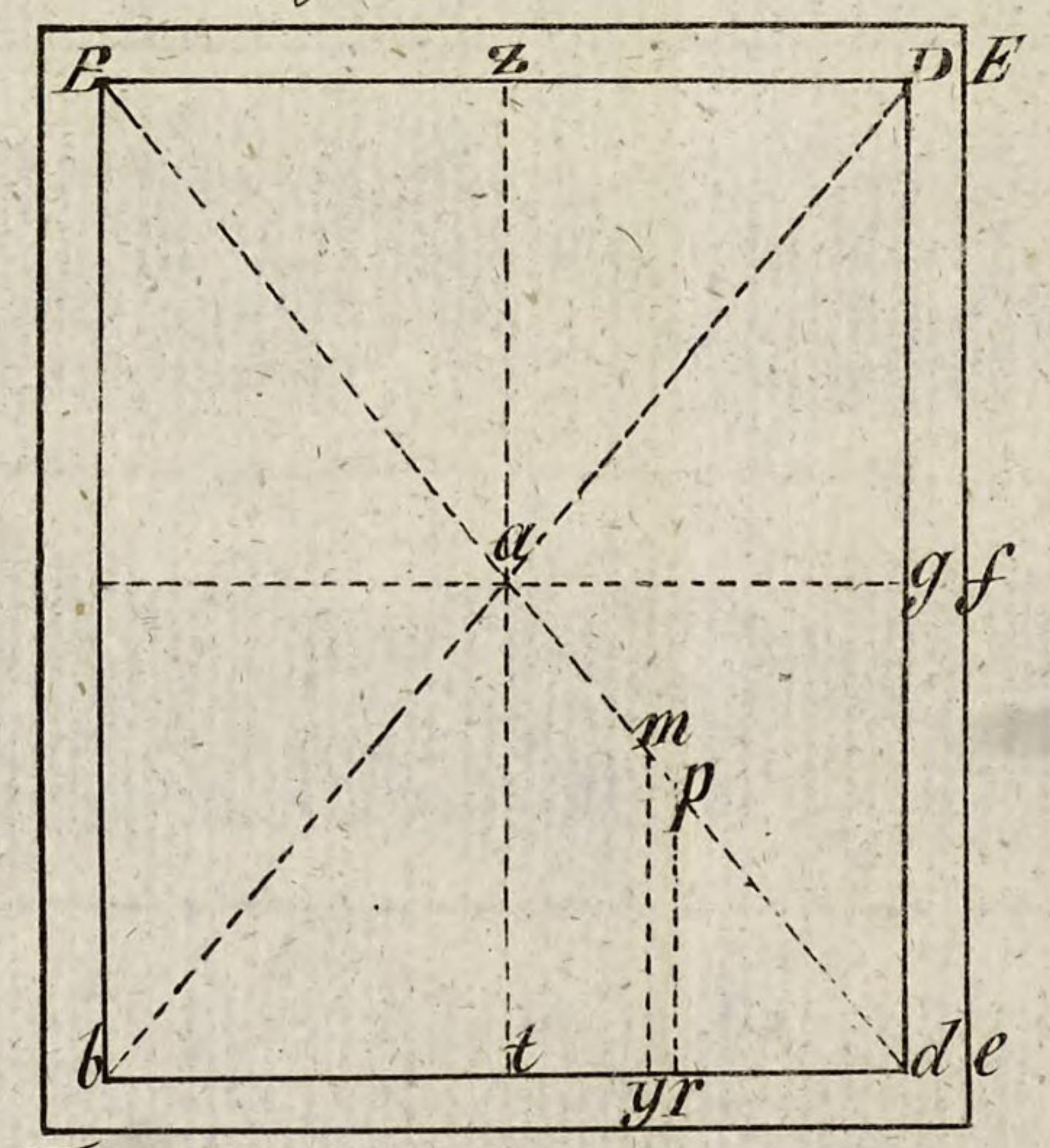


Fig. XXIII.

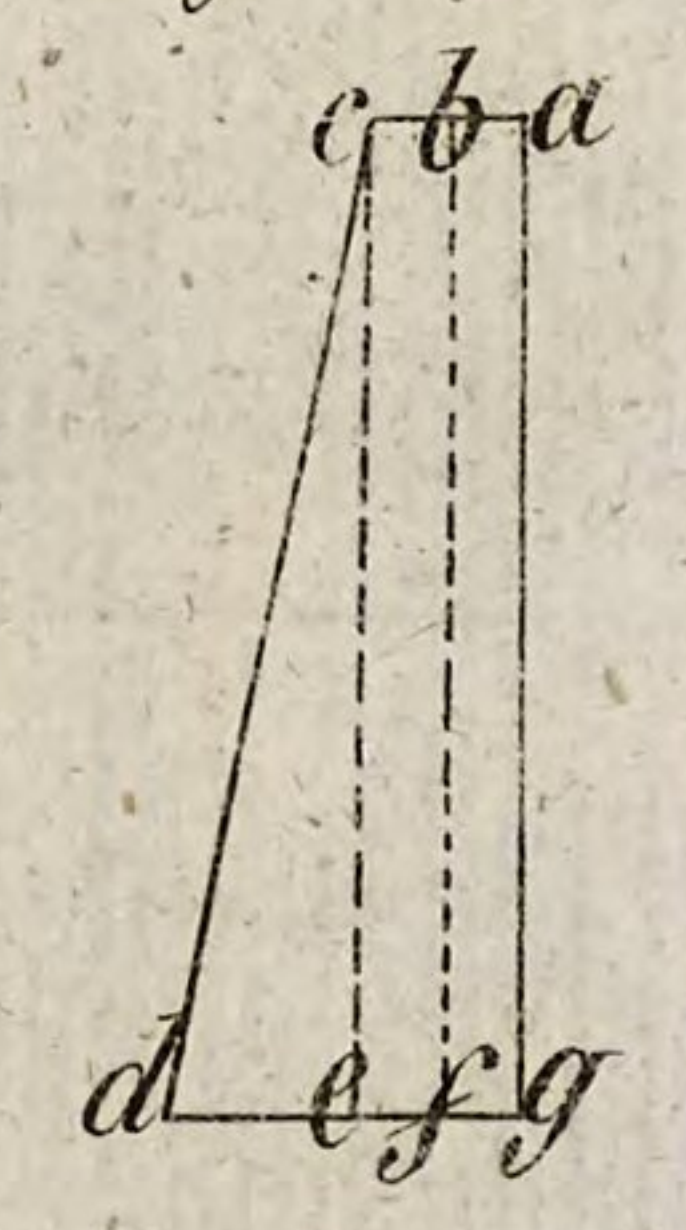


Fig. XXI.

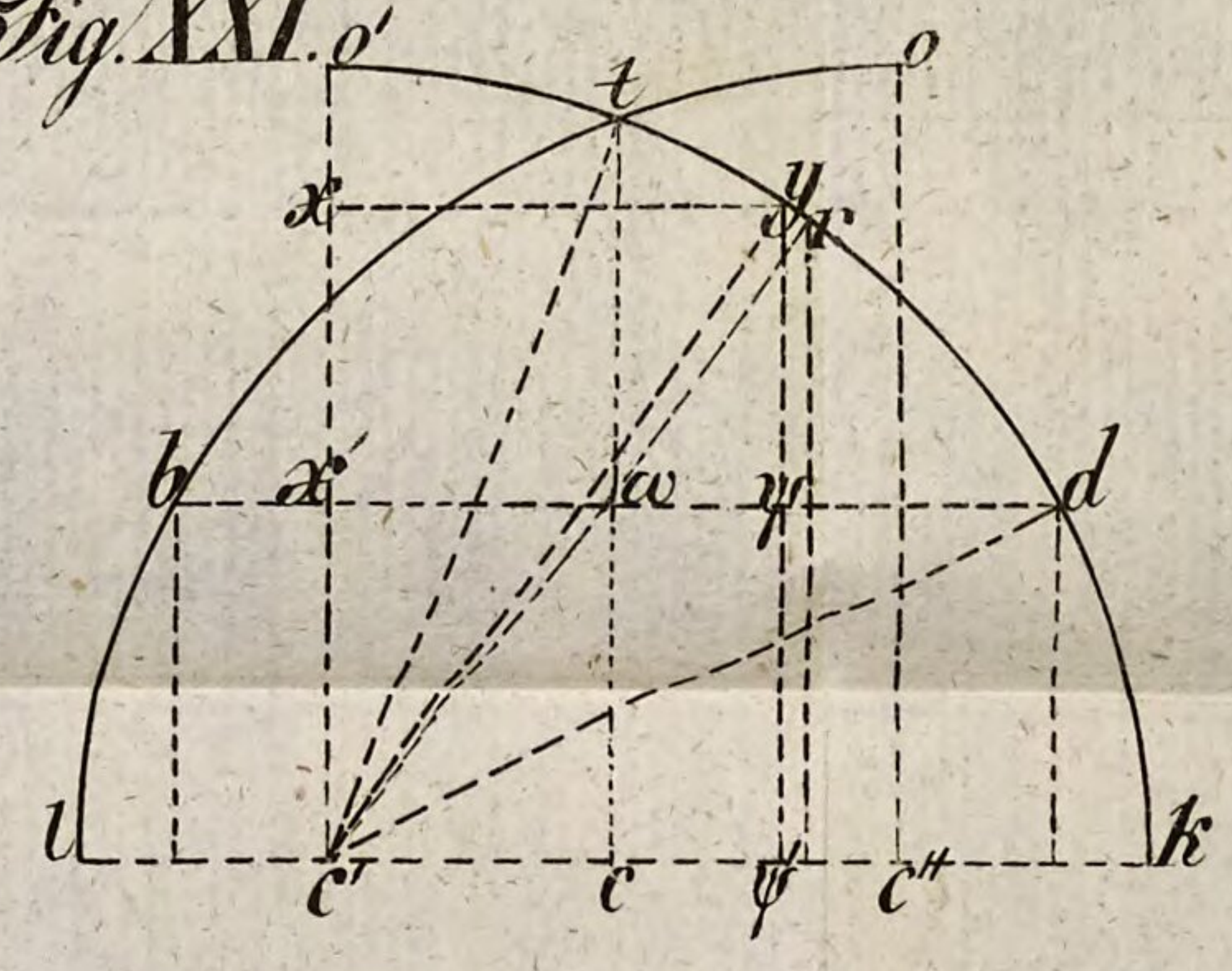
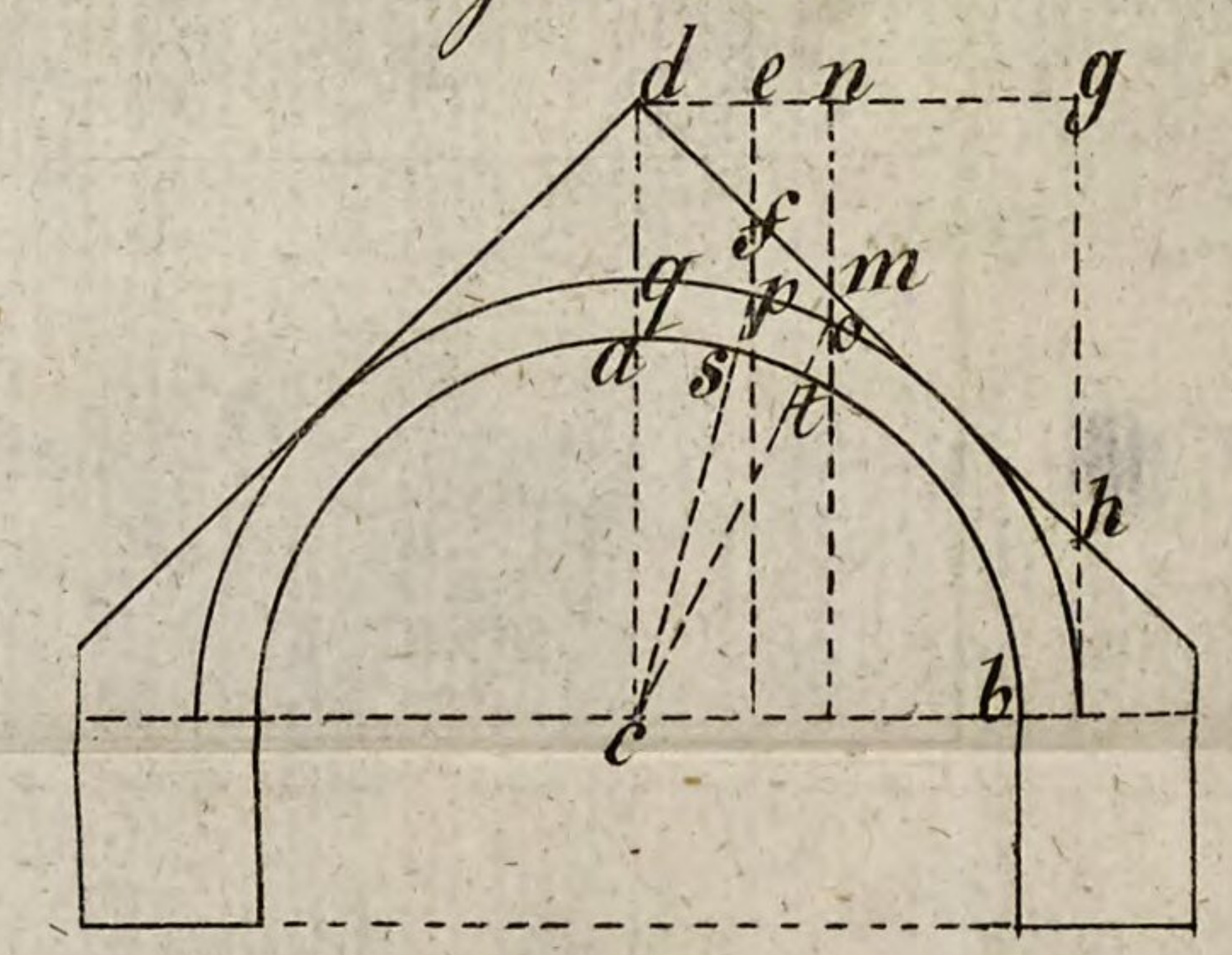


Fig. XXIV.



Camerloher, Anton <<von>>,

Enthüllte Geheimnisse oder neue, aus richtigen Prinzipien mit Rücksicht
auf Erfahrungen abgeleitete Theorie aller Gewölbarten mit drei Figuren-
Tafeln und sechsunddreissig Tabellen

Landshut 1833

Passau, Staatliche Bibliothek -- S 9/09 I 7
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11339272-4